

המלבן, ספר א', מדריך למורה

פתרונות והערות לעמודים 148 – 154:

מהו מצולע?

פרק המלבן מתחיל מתזכורת קצרה על מצולע והחלקים המרכיבים אותו (צלעות וקדקודים), ופעילות מיון שמטרתה לחדד את המושג מצולע תוך רענון והתבוננות מחודשת בו. תזכורת זו, מאפשרת יישור קו בין תלמידים שהגיעו מבתי ספר יסודיים שונים ולמדו את הנושאים ברמות שונות.

פעילות 1 – עמוד 148:

מרבית הדוגמאות הנתונות בפעילות זו אינן שגרתיות ומאפשרות למקד את תשומת הלב של התלמידים לתכונות שחייבות להתקיים כדי שצורה תהיה מצולע.

הצורות הבאות אינן מצולעים: א, ב, ד, י, יב, יג, יד, טו.

בצורות א ו- י הקו חותך את עצמו;

צורות ב ו- ט אינן סגורות;

בצורות ד, יב, יג, ו- יד חלק מהקווים אינם ישרים (בעוד שקו שבור בנוי מקטעי ישרים).

יתר הצורות הן מצולעים. כלולות ביניהן צורות שבדרך כלל, לא נוטים לחשוב עליהן כמצולע (למשל, צורות ג ו- ט). המרובעים שביניהן מגוונים (ו, ח, יח, כ).



בהקשר של העיסוק במצולעים, בעמוד 149 בחלק הפותח ב"הידעתם?", נתונים בטבלה שמות מצולעים (ממצולע בעל 3 מצלעות למצולע בעל 10 צלעות). הטבלה מלווה בשתי שאלות שמטרתן לעורר עניין: השם מתומן יוצא דופן ביחס ליתר השמות, כי ביתר המצולעים השם מבוסס על מספר הצלעות שלהם. לפי השיטה הזאת היה מתאים לקרוא למצולע בעל 8 צלעות "מְשֻׁמָּה". השם מתומן בא מהמילה תמנון, שהינו יצור ימי בעל 8 זרועות.

השאלה השנייה בחלק זה באה להפנות את תשומת הלב לכך שמשולש הוא מצולע בעל מספר הצלעות המינימלי - 3.

מהו מלבן? (עמוד 149)

חשוב לראות את המלבן כמקרה פרטי של מרובע, שהינו מקרה פרטי של מצולע.

פעילות 2 – עמוד 150:

סעיפים א' וב' מוליכים לידע כי בחירת 3 זוויות ישרות במרובע מכתובה שהזוויות הרביעית גם היא זווית ישרה. זוהי הכנה להגדרה של מלבן כמרובע בעל שלוש זוויות ישרות.

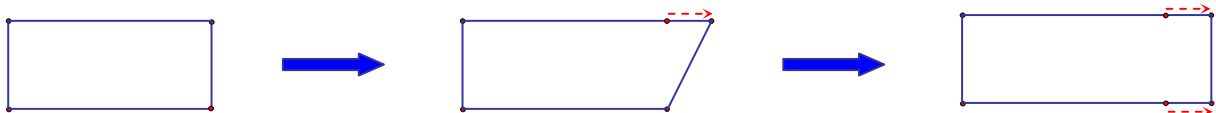
סעיף ג' הינו הזדמנות לתלמידים לנסות ולבנות "דוגמה נגדית" שלמעשה לא קימת, ומכאן להשתכנע מתוך ההתנסות בבניה כי הזווית הרביעית הינה תמיד ישרה. באופן כללי, חשוב מידי פעם לתת לתלמידים לנסות לבנות גם מקרים שלא קיימים, ומתוך "אי ההצלחה" בבנייה לפתח אינטואיציה לגבי מקרים כאלה.

פעילות 3 – עמוד 151:

מטרת הפעילות הינה לחזק בעזרת בניה מודרכת את ההבנה של דרגת החופש הקיימת בכל אחד מן המקרים. במקרה ג, שבו נתונות שלש זוויות ישרות, אין כבר דרגת חופש ואיך שלא ננסה להשלים אותו – יתקבל מלבן (ותמיד אותו המלבן בדיוק).

תרגיל 1 – עמוד 151:

בפעילויות הכיתתיות התמקדנו בשינוי שניתן לעשות במלבן ולקבל מרובע אחר שגם הוא מלבן, כלומר, מבלי "לקלקל" את המאפיינים שלו כמלבן. תרגיל זה ממשיך לחזק את ההבנה כי מלבן חייב לכלול שלוש זוויות ישרות וכשיש שלש זוויות ישרות במרובע – גם הרביעית חייבת להיות ישרה. הזזת קודקוד אחד בלבד, משנה שתי זוויות ישרות ולכן לא נקבל מלבן. בעוד שהזזת שני קודקודים **סמוכים** (למשל, כמו בסרטוט) מאפשרת יצירת מלבן חדש.

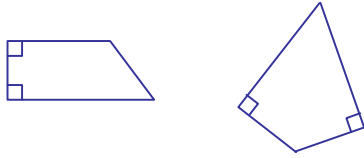


תרגיל 2 – עמוד 151

תרגיל זה הינו הזדמנות לדון עם התלמידים מהי דוגמה נגדית ולהסביר כי כדי להפריך טענה מתמטית, **מספיק** להביא דוגמה נגדית אחת.

דוגמאות נגדיות אפשריות לטענה של נופר הן:

בכל אחת יש שתי זוויות ישרות בלבד, ולכן היא איננה מלבן.



דוגמאות נגדיות אפשריות לטענה של אייל הן:

בכל אחת יש זווית ישרה בלבד, ולכן היא איננה מלבן.



דוגמה (על רקע ירוק) – עמודים 151-152:

זו הזדמנות לעסוק בהנמקה לוגית והסקה קדם-דדוקטיבית. בשלב הזה כבר יודעים שמספיק לזהות 3 זוויות ישרות במרובע כדי להסיק שהוא מלבן. הנתונים מצביעים רק על זווית ישרה אחת במלבן, אבל על סמך הפעילויות המקדימות בטעימות ובתרגילים בעמ' 108, אפשר להסיק שעוד שתי זוויות במלבן הן ישרות – זו המסומנת בכחול וזו המסומנת באדום. בפעילויות המקדימות שבהן ביססנו את העובדה שאם בין שני ישרים נחתכים נוצרת זווית ישרה, אז גם יתר הזוויות סביב הקדקוד שלה הן זוויות ישרות. השימוש בצבע מאפשר להתייחס לזוויות מבלי להכניס עדין את הסימון המקובל של זוויות, אותו יכירו בהמשך.



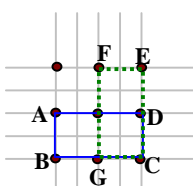
פעילות 4 – עמוד 152:

יש בסה"כ 10 מלבנים שאפשר לסרטט כנדרש, מהם 6 ריבועים.

- הפעילות נועדה לעורר את הצורך בסימונים מתמטיים - מאחר ובפעילות זו יש קושי בציון המלבן אליו מתייחסים ברגע מסוים. קושי זה מחזק את הצורך בסימונים מוסכמים במתמטיקה המקלים על התקשורת.

- פעילות זו מעלה את השאלה מהם מלבנים "שונים". כאן המיקום קובע ולכן גם אם המלבנים חופפים, אם אינם מתלכדים בכל הקדקודים שלהם, הם נחשבים שונים.

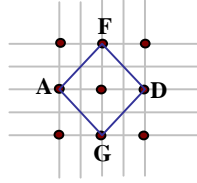
- בפעילות זו אפשר לסרטט מלבנים חופפים שיש להם קדקודים משותפים (והם "נחתכים"). למשל, מלבנים ABCD ו-CEFG.



המדריך למורה – "אפשר גם אחרת"
מתאים לעמודים 148-162 בספר לתלמיד

יש כאן עוד הזדמנות לחזק את הידיעה שגם ריבוע הוא מלבן.

- המרובע AGDF שבסרטוט הוא ריבוע. עדין אין לתלמידים כלים פורמליים להוכיח זאת, אבל אפשר להצדיק זאת באופן "רך", משיקולי סימטריה, למשל, או לבדוק ע"י מדידה של הזוויות והצלעות.



סימונים מתמטיים – עמודים 152-153:

בעמודים אלה יש התייחסות לצורך בסימון מוסכם במתמטיקה ולהגיון שמאחורי ההסכם, שעלול להתפס כקפדנות שרירותית ומיותרת. המקרה המובא בהמשך, של מרובע קעור, ממחיש את חשיבות סדר הופעת הקודקודים בציון שם המרובע.

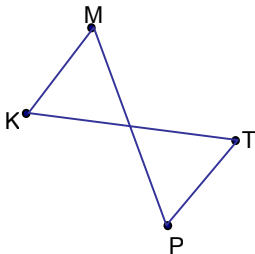
העיקרון הוא ששתי אותיות סמוכות בשם המרובע צריכות להתאים לצלע של המרובע.

בפעילות 6 ד, רינה רשמה את שם המלבן בצורה שאינה תואמת את ההסכם, ולמעשה השם שנתנה – MPTK - מתאים לצורה הבאה, שאיננה מרובע כלל:

בשם שרינה נתנה, הקטעים הבאים מציינים צלעות: MP, PT, TK, KM. אפשר לראות שקטעים אלה אינם יוצרים מרובע (כי הם נחתכים).

מה שמבטיח שהסימון יתאים למרובע, הוא רישום האותיות בסדר עקבי ("עם כיוון השעון" או "נגד כיוון השעון"), לפי סדר הצלעות. אפשר להתחיל בכל קדקוד כרצוננו, ולבחור כיוון שלפיו מתקדמים.

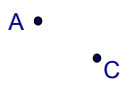
כך אפשר לרשום את המלבן שבפעילות 5 בדרכים שונות, למשל: MKPT, TMPK, ועוד.



דוגמה (על רקע ירוק) – עמוד 153:

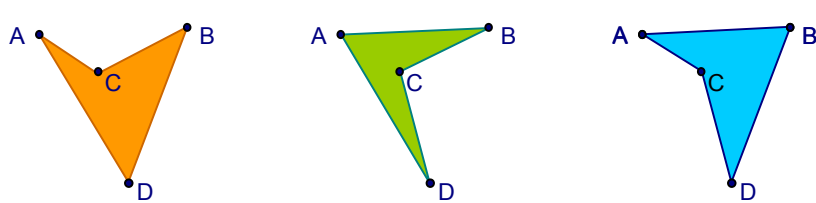
הדוגמה ממחישה את החשיבות של הקפדה על דרך הסימון המקובלת. דוגמה זו נשענת על מקרה של מרובעים קעורים. אפשר להפוך אותה לפעילות מעניינת לתלמידים, בדומה למתואר להלן:

משימה לתלמידים: נתונות הנקודות A, B, C, D (חשוב לתת מערך דומה לזה).



בנו מרובעים שונים על ידי חיבור הנקודות הנתונות בזו אחר זו.

א. כמה מרובעים שונים קיבלתם?



ב. איך תבחינו ביניהם?

ג. לאיזה מהמרובעים תקראו ABCD (הכחול, הירוק או הכתום)?

ד. איך תקראו ליתר המרובעים?

תרגילים – עמוד 154:

תרגילים 1-5 עוסקים בסימונים של מרובעים וקטעים, ואילו תרגילים 6-7 קשורים להגדרה של מלבן והסקה קדם-דדוקטיבית לגבי מספר הזוויות הישרות שיש בכל מרובע בציור.

2. מקובל לסמן קטע באמצעות נקודות הקצה שלו.

5. המטרה היא להאיר בדרך נוספת את הקשר בין סימון של מרובע

לזיהוי הצלעות שלו. מתוך שם המרובע ניתן להסיק מי הן צלעותיו.

מומלץ לדון בכך במסגרת הכיתתית. היכולת להסיק משם של מרובע

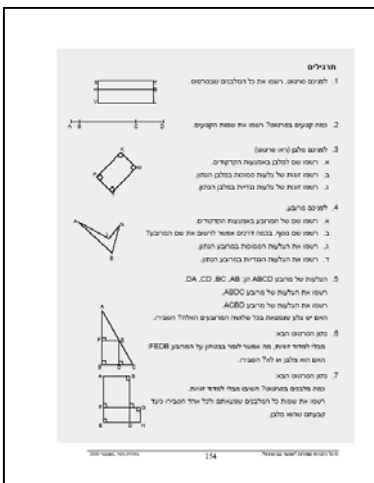
מי הן צלעותיו היא שימושית בהמשך לימודי הגיאומטריה, כשעוסקים

בחפיפה ודמיון.

7-6. בתרגילים אלה יש צורך בהסקה לוגית מתוך נתונים מפורשים ומתוך כאלה שחבויים. מתוך הזוויות

הישרות הנתונות בסרטוט, אפשר להסיק על זוויות נוספות שהן ישרות (בדומה למודגם בטעימות

ותרגילים בעמוד 108 ובדוגמה בעמודים 151-152.



פתרונות והערות לעמודים 158 – 162:

צורות חופפות

מושג החפיפה הוא מושג אינטואיטיבי והפעילויות בסעיף זה מבוססות על ההבנה הטבעית שיש לתלמידים על חפיפה של צורות. מהתבוננות והבחנה בין צורות חופפות לכאלה שאינן חופפות (פעילות 1), עוברים לבדיקה באמצעות קיפול או גזירה (פעילויות 2-3) ולניסוח של קריטריון ברור לחפיפה של שתי צורות: צורות הן חופפות אם אפשר להניח האחת על האחרת כך שתכסה אותה בדיוק.

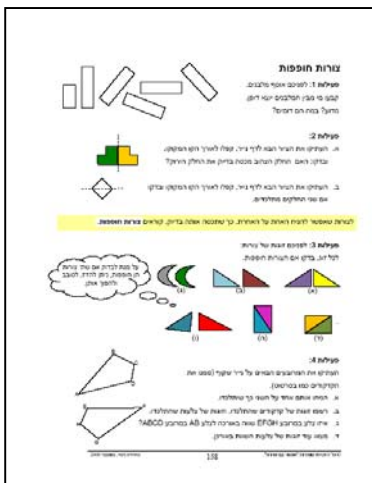
אחת השאלות שכדאי לדון בהן היא מה אפשר להסיק אם הנחנו צורה אחת על צורה אחרת והן לא התלכדו? האם הן לא חופפות, או אולי לא מצאנו עדין את הדרך הנכונה להניח את האחת על השנייה כך שיתלכדו? נושא ההתאמה הוא עמוק וחשוב מאד כשעוסקים בחפיפה, ופעילויות 4 ו-5 עוסקות בה במישרין. בחלק זה נושא החפיפה מסתיים בקריטריון לחפיפה של שני מלבנים. בהמשך (עמוד 234) עוסקים בקריטריון לחפיפה של שני משולשים ישרי זווית, ובחלק ב' של הספר עוברים לחפיפה של משולשים לפי משפטי החפיפה הידועים.

פעילות 1 – עמוד 158:

הפעילות מבוססת בעיקרה על מראה עיניים והיכולת להבחין שכל המלבנים ה"גדולים" חופפים, ורק ה"קטן" יוצא דופן – גם בגודלו וגם בכך שאינו חופף ליתר המלבנים. זו הכנה לדיון במושג החפיפה, על ידי הבחנה בדמיון והשוני בין צורות נתונות. על מנת לשבור את התפיסה הפרוטוטיפית של מלבן (שבדרך כלל מוצג בכיוון אנכי או אופקי בלבד) המלבנים החופפים מונחים במישור בכיוונים שונים. לעומת זאת, המלבן הקטן ניצב בכיוון אנכי בדומה לאחד המלבנים. חשוב לבסס אצל התלמידים את ההבנה שהמיקום במישור והכיוון של צורה אינם משפיעים כלל על היותה חופפת לצורה אחרת.

פעילות 4 – עמוד 158:

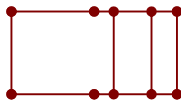
הפעילות מכוונת לבסס את רעיון ההתאמה המצא בבסיס מושג החפיפה. כמו כן, התלמידים אמורים להתנסות בהסקה מתוך מידע על החפיפה של שתי צורות. מדובר בתרגום של רעיון ההתלכדות לשוויין החלקים המתאימים. כך, למשל, בפעילות זו ברגע שנקבעה ההתאמה שמביאה להתלכדות הצורות, אפשר להסיק ש: $AB=EF$, $BC=GH$, $CD=HE$, $AD=FG$.



ב-ג. אפשר לחלק מלבן לשני ריבועים חופפים רק אם אורך צלע אחת גדול פי 2 מאורך הצלע הסמוכה לה.
 ד-ו. אפשר לחלק מלבן ל- 6 ריבועים חופפים במקרים הבאים: אורך צלע אחת גדול פי 6 מאורך הצלע הסמוכה לה, או אורך צלע אחת גדול פי 1.5 מאורך הצלע הסמוכה לה.
 אפשר להפוך את התרגיל לבעיית חקירה, סביב השאלה באילו תנאים אפשר לחלק מלבן למספר (n) של ריבועים חופפים.

תרגיל 8:

בקשו מהתלמידים להביא לכיתה גפרורים צבעוניים או קיסמים. אפשרו לתלמידים להתנסות בפועל בבניית המלבנים בעזרת הגפרורים הצבעוניים. פתרון אפשרי לסעיף ב':



תרגיל 12:

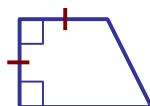
זו הזדמנות לעסוק בהסקה לוגית וביצירת דוגמאות נגדיות. אפשר להסתפק בנימוקים חלקיים, מאחר ועדין אין לתלמידים את כל הידע והכלים הדרושים להוכחה מלאה.

א. כל מקבילית שאיננה מלבן מהווה דוגמה לכך שמרובע שיש בו שני זוגות של צלעות נגדיות שוות איננו בהכרח מלבן.

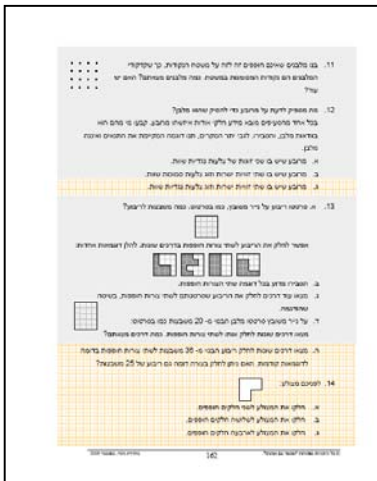


ב.

ג. הדוגמה הבאה (טרפז ישר זווית) מהווה דוגמה נגדית לכך שמרובע שיש בו שתי זוויות ישרות וזוג צלעות סמוכות שוות איננו בהכרח מלבן:



ד. סעיף זה, המיועד לתלמידים מתקדמים, דורש בדיקה שיטתית של מקרים שונים. בפרט, צריך להבחין בין מקרים שבהם שתי הזוויות הישרות הן זוויות סמוכות במרובע לבין מקרים שבהם שתי הזוויות הישרות הן זוויות נגדיות במרובע. בשני המקרים, ללא קשר איזה זוג צלעות נגדיות הן שוות, אי אפשר למצוא דוגמה של מרובע המקיים את התנאים ואיננו מלבן. החיפוש אחר דוגמאות כאלה מחזק את התחושה שאין במקרים אלה דרגת חופש. בשלב מאוחר יותר אפשר יהיה ממש להוכיח זאת.



תרגיל 13:

מטרת התרגיל לפתח את הראייה והיכולת לזהות חלקים חופפים ולחלק צורה לחלקים חופפים. מלבנים הבנויים ממשבצות מהווים כר נרחב לחקירות כאלה. כדאי להגיע עם התלמידים למסקנה שכדי לחלק מלבן משבצות לשתי צורות חופפות לאורך הקווים של המשבצות, צריכים מספר זוגי של משבצות. לכן בסעיף ה', התשובה היא שלא ניתן לחלק ריבוע הבנוי מ-25 משבצות לשתי צורות חופפות מבלי לחצות משבצות.

