המשולש, ספר א, מדריך למורה

מבוא לפרק "המשולש"

התפתחות הנושאים הנלמדים בפרק "המשולש" בספר א

בספר שלנו, סיכומי הנושאים הנלמדים מופיעים במהלך הפרק על רקע צהוב. אם עוברים על הפסים הצהובים לאורך הפרק, מקבלים תמונה על התפתחות הנושאים הנלמדים. הנה מהלך הוראת הנושאים בפרק:

- חזרה על משולש ישר זווית וחלקיו.
- הכרת המשולשים ישרי הזווית הנוצרים במלבן על-ידי אלכסון.
- תפקיד האלכסון בכל אחד מן המשולשים ישרי-הזווית: האלכסון הוא יתר.

  בפרק זה עוסקים הרבה ב"כפל תפקידים": צורה הממלאת בסרטוט יותר מתפקיד אחד. כאן אנו מנתחים את תפקידיו של אלכסון במלבן: אותו קטע ממלא במלבן את תפקיד האלכסון, ואילו בכל אחד מן המשולשים ישרי הזווית שהוא יוצר
- במשולש ישר זווית היתר ארוך יותר מכל אחד מן הניצבים.

  למדנו בפרק הקודם שהאנך הוא המרחק הקצר ביותר מנקודה לישר. בפרט רואים זאת בבעיית המגדל שבעמ' 231 (פעילות 6); רואים שהיתר ארוך מהניצב, כי הוא הדרך הארוכה יותר אל פתח הכניסה. מפתח הכניסה למטה.
- האלכסון במלבן ארוך מכל אחת מצלעות המלבן.

  זו תוצאה של היות האלכסון יתר במשולש ישר הזווית, וצלעות המלבן הם הניצבים. שוב החשיבות של כפל התפקידים.
- .במשולש שווה-שוקיים ישר זווית הצלעות השוות (השוקיים) הן הניצבים.

  שוב כפל תפקידים.
- משולשים ישרי זווית השווים בשני הניצבים אחד לאחד הם חופפים.

  על סמך התנסות, והגדרת החפיפה על ידי התלכדות בהנחה.
- לצורות חופפות יש שטחים שווים.

  התשובה לשאלה "מהו שטח" איננה פשוטה. לכן אנו מבססים את מושג השטח על המושג הפשוט יותר: שוויון שטחים. אם אפשר להניח שתי צורות אחת על השנייה כך שתתלכדנה, אז השטחים שלהם שווים. לכן לצורות חופפות יש שטחים שווים.
- האלכסונים במלבן יוצרים 4 משולשים ישרי זווית החופפים זה לזה.

  עד כה עסקנו בשני המשולשים הנוצרים על ידי אלכסון אחד במלבן. כשמסרטטים את שני האלכסונים נוצר סבך שבו ארבעה משולשים ישרי זווית ועוד ארבעה משולשים קטנים יותר. הרבה מן התלמידים זקוקים לפעילות שתעזור להם לראות בתוך הסבך הזה את כל ארבעת המשולשים ישרי הזווית.
- האלכסונים במלבן שווים זה לזה.

שטח משולש ישר זווית, עמ' 244 - 253

- אם מחלקים צורה לשני חלקים שווי שטח, כל חלק הוא מחצית שטח הצורה השלמה

  הטיפול בתכונה זו בא לערער את הדימוי של תלמידים רבים כאילו מחצית השטח מתקבלת רק כששני החלקים הם חופפים.

- כל משולש ישר זווית אפשר להשלים למלבן ששבו היתר של המשולש הוא אלכסון של המלבן.

  יש דרכים רבות ללמד את הנוסחה של שטח משולש ישר-זווית. כאן (ועל פי דרישות תוכנית הלימודים של משרד החינוך), מלמדים את הנוסחה הזו על ידי השלמת משולש ישר זווית למלבן, חישוב שטח המלבן וחלוקתו בשניים.

- השטח של משולש ישר זווית שווה למחצית מכפלת אורכי הניצבים שלו.

  אפשר גם אחרת: שימו לב לניסוח החלופי של הנוסחה בעמ' 247: כדי למצוא שטח של משולש ישר-זווית נכפול את אורכי הניצבים, ואת המכפלה נחלק ב-2.

- כשכופלים מידות אורך (למשל של הניצבים), צריך להקפיד שהמידות תואמות.

  במילים אחרות: שמידות של שני האורכים צריכות להיות באותה יחידת מידה. מיד בהמשך מטפלים בבעיה הפרקטית: איך מחשבים שטח כאשר האורכים נתוני ביחידות שונות.

  - כדי לחשב שטח צריך שמידות האורך המשתתפות בחישוב תהיינה באותן יחידות. למשל, כולן מטרים, או כולן סנטימטרים, או כולן קילומטרים, וכדומה. כך מקבלים יחידת שטח שתואמת את יחידות האורך. אם חישבנו במטרים – נקבל שטח במטרים רבועים (מ"ר); אם חישבנו בסנטימטרים נקבל שטח בסנטימטרים רבועים (סמ"ר).

הערות ספציפיות לחומר הלימוד

לעמוד 229, פעילות 1

בהגדרה של ניצבים ויתר אנו משתמשים בביטוי "לצלעות שכולאות את הזווית הישרה". כמו הרבה מונחים מהשפה המדוברת, יש הבדל בין המשמעות שאליה מתכוונים במילה "כולאות" במתמטיקה ובשפה המדוברת. במתמטיקה הכוונה "הצלעות שהן שוקי הזווית הישרה", או: "הצלעות שיוצרות את הזווית הישרה" (כי אכן זווית נוצרת על ידי שתי קרניים/קטעים/ישרים שנפגשים).

בכל מקום שמשתמשים בגיאומטריה במונח שיש לו משמעות קצת שונה בשפה המדוברת, כדאי לקיים דיון עם כולם. תלמידים חושבים על כוונה שונה מהכוונה המתמטית, לעיתים אפילו באופן בלתי מודע להם עצמם. כדאי להבהיר את ההבדלים, ואם רואים שהרבה תלמידים חושבים כך, לשוב ולדון במונח ובמשמעויות השונות שלו באופן ספירלי. שימו לב: אם נדבר **רק** על המשמעות המתמטית, יש סיכוי רב שהתלמיד שחושב אחרת ימשיך להחזיק במשמעות שלו. רק אם נעלה בכל פעם את שתי המשמעויות, ניתן לגיטימציה למשמעות הבלתי מתמטית אבל נדגיש שכאן אנו משתמשים דווקא במשמעות השנייה, יש סיכוי לאפשר לתלמיד לחיות עם שתיהן, ולהשתמש בכל אחת מהן בהקשר המתאים לה.

לעמוד 229, פעילויות 1, 2, 3, ולעמוד 230, תרגילים 1, 2 (למתקשים)

פעילויות ותרגילים אילו נועדו להבטיח שהתלמידים יצליחו לזהות ניצבים ויתר של משולש ישר זווית בכל

מצב, אחר-כך גם בסרטוטים מורכבים, וגם כאשר יש להם תפקידים נוספים בסרטוט (כמו למשל בפעילות 4 בעמ' 230).

לעמודים 230 - 231, פעילות 4 ו-5

בפעילויות אילו, לראשונה בפרק זה, אנו עוסקים בנושא של ריבוי תפקידים. אחד הקשיים של תלמידים בסרטוטים מורכבים הוא להבין שאותו קטע יכול בסרטוט כמו זה של פעילות 4, להיות אלכסון במלבן ויתר במשולש ישר זווית, ובהמשך, להחיל עליו את התכונות של כל אחד מן התפקידים הללו. למשל, בעוד שני עמודים בספר נלמד שהאלכסון במלבן ארוך יותר משתי הצלעות שלו, כי הוא יתר במשולש ישר זווית שבו הצלעות הן הניצבים. בהמשך נחזור ונגתח בדרך של ריבוי תפקידים סרטוטים מורכבים נוספים. למשל, בעמ' 232, פעילות 8 ותרגיל 4; בעמ' 233 פעילות 9 ותרגיל 5 (ניצב ושוק במשולש ישר-זווית שווה-שוקיים); בעמ' 237, פעילות 2, בעמוד 241, תרגילים 6, 7, ועוד .

לעמ' 231, פעילות 5 בעמוד 232 מסכמים אודות יחסי הגודל בין אלכסון במלבן וצלעותיו: האלכסון במלבן ארוך מכל אחת מהצלעות של המלבן. שם אפשר לחזור אל הסרטוט של פעילות 5 ולשאול: מיהו הקטע הארוך ביותר בסרטוט זה?

לעמוד 232, פעילות 8

כדי להבין מדוע האלכסון ארוך יותר מן הצלעות של המלבן חייבים לראות את כפל התפקידים: צלעות המלבן הן ניצבים במשולש ישר-זווית שבו האלכסון הוא היתר. בגלל יחסי האורכים במשולש ישר זווית האלכסון - דהיינו היתר, ארוך מצלעות המלבן- דהיינו מהניצבים.

לעמוד 232, תרגיל 4

לסעיף א. הקטע הארוך ביותר בסרטוט הוא AE. אפשר לנמק זאת בשני שלבים:

- ראשית, בהיותו האלכסון במלבן ACEF, הוא ארוך מכל צלע של מלבן זה. בפרט הוא ארוך מ-AC.
- AC עצמו, בנוסף להיותו צלע במלבן ACEF, הוא גם אלכסון במלבן ABCD, ובתור שכזה – ארוך מכל הצלעות של המלבן הזה, שהם שאר הקטעים שבסרטוט. וכך, בסיכומו של דבר, AE הוא הקטע הארוך ביותר בסרטוט.

זוהי עוד דוגמה של סיטואציה מתמטית שבה היכולת לראות ולהשתמש בכפל תפקידים של צורה היא תנאי הכרחי לפתרון הבעיה.

לסעיפים ג, ד. כאן, בשביל חלק מן התלמידים אולי לראשונה, הם נתקלים במרובע עם זווית ישרה שאיננו מלבן. אפשר לבקש מהם לסרטט במחברת מרובע כזה משלהם: אם אחת, שתיים ושלוש זוויות ישרות. כך גם ישובו ויוכחו שקיימים הרבה מרובעים עם אחת או שתיים בלבד זוויות ישרות, אבל מרובע בעל שלוש זוויות ישרות הוא בהכרח מלבן.

לעמוד 233, תרגיל 5

לתלמידים מתקשים עלול להתגלות כאן קושי מהסוג הזה: בעוד שהקטע DB נמצא במישור **בין** הקטעים DA ו-DC, האורך של DB, כמידה, גדול יותר מהאורכים של DA ו-DC. שימו לב: התכונה "הקטע DB נמצא

במישור **בין** הקטעים DA ו-DC" די מסובכת להגדרה באופן מתמטי. אבל היא די ברורה מבחינה אינטואיטיבית, ואפשר להשתמש בה ברמה הקדם-דדוקטיבית להסבר ולדיון בסיטואציה שלפנינו.

לעמוד 233, פעילות 9

כאן שוב יש שימוש בכפל תפקידים, הפעם של השוקיים-הניצבים במשולש ישר-זווית שווה-שוקיים.

לעמוד 234, הוראת המשפט

משולשים ישרי-זווית השווים בשני הניצבים אחד לאחד הם חופפים

<u>אודות סדר הוראת הנושא **איך יודעים אם שני משולשים ישרי-זווית חופפים? :**</u>

- **בפעילות 1** מנסים קודם כל לגבש אצל התלמיד התנסות מעשית כדי לחזק את האינטואיציה שכאשר הניצבים שווים אחד לאחד – המשולשים חופפים.
- אחר כך מסכמים בדיון את המשפט ככלל (למעלה, על רקע צהוב). בדיון על הכלל מדגישים שהוא נכון תמיד, ולכן בהמשך, אם הניצבים שווים אחד לאחד אז אפשר לסמוך בוודאות, **מבלי לבדוק**, שהמשולשים חופפים (בשפת המתמטיקה: שוויון הניצבים אחד לאחד הוא תנאי מספיק לחפיפה).
- לבסוף אפשר ליישם את הידע הזה בפתרון בעיות (בתרגילים): אם נדע שלשני משולשים יש ניצבים ששווים אחד לאחד, אז אפשר להסיק בבטחה שהם חופפים, ולכן כל מידע נוסף על אחד מהמשולשים ניתן להעתקה בבטחה אל המשולש השני.

לדיון

בדיון מומלץ להתייחס לשתי עובדות:

- המשולשים הם ישרי זווית;
- הצלעות החופפות אחת לאחת הן הניצבים.

עדיין אין לומדים כאן את מה שילמדו בעתיד: במשולשים ישרי זווית כל זוג צלעות חופפות אחת לאחת מבטיחות חפיפה. תלמיד/ים מתקדמים עשויים להעלות את הנושא. במקרה כזה אפשר, עם תלמידים מתקדמים, לחזק את האינטואיציה הנכונה הזו בדיון או בפעילות נפרדים.

תרגיל מס' 1

א. מטרת התרגיל להסביר למה מעניין משפט החפיפה. פירושו שאם המשולשים חופפים, אז למרות שיש לנו מידע רק אודות הניצבים, אנחנו יכולים להסיק ממנו מידע אודות החלקים האחרים של המשולשים.

ב. כמו כן – כששואלים "איזה ארוך יותר", גם תשובה: "הם שווים" מתאימה (שהתלמידים לא יראו בכך רמז: אם שואלים מי ארוך יותר, אז הם בוודאי אינם שווים.)

לעמוד 235, הדיון שבין תרגיל 3 לתרגיל 4

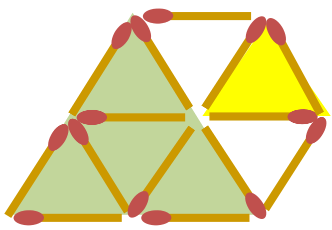
א. זהו מקרה שבו אנו ממליצים לקיים דיון אודות תרגילים, שאולי ניתנו כשיעורי בית. במקרה שאמנם פתרו את התרגילים בבית, אחפשר לקיים את הדיון בעת בדיקת שיעורי הבית, ובהקשר לתרגיל שבעקבותיו הדיון מופיע. במהלך הפרק ישנם עוד דיונים כאלה.

ב. הדיון עוסק במשפט "אם שני משולשים ישרי זווית חופפים, אז הניצבים שלהם שווים זה לזה בהתאמה". המשפט נכון, והנימוק המתאים הוא: בשני משולשים חופפים כל הצלעות שוות זו לזו בהתאמה, והניצבים בכלל זה.

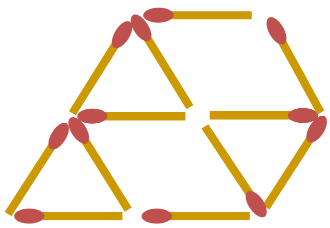
ג. הכנה לגיאומטריה הדדוקטיבית: זהו המשפט ההההפוך למשפט: "אם בשני משולשים הניצבים שווים זה לזה בהתאמה, אז המשולשים חופפים". במקרה הזה, שני המשפטים נכונים, אבל לכל משפט הצדקה נפרדת. בהמשך הפרק נתקל במשפטים הפוכים זה לזה, שאחד מהם נכון ואילו השני איננו נכון. למשל, בעמוד 241, תרגיל 8, וגם בעמוד 242, בדיון שבעקבות תרגיל 10;

לעמוד 235, אתנחתא

א. במבנה הגפרורים יש 8 משולשים:
7 קטנים (צבענו דוגמה בכחול)
ואחד גדול (צבענו בירוק):



ב. במבנה הגפרורים יש שלושה אלכסונים של המשושה,
כל אלכסון מורכב מ-2 גפרורים. הסרת כל אלכסון כזה
תותיר אותנו עם ארבעה משולשים בלבד. דוגמה:
במבנה זה שלושה משולשים קטנים ואחד גדול.



לעמוד 236, להוראת הנושא "השטחים של צורות חופפות"

כאן ובהמשך נעסוק בעובדה שחפיפה היא תנאי מספיק לשוויון שטחים, אבל לא הכרחי. כמו כאן נעודד אותם מדי פעם להסתמך על חפיפה בחישוב שטחים, ומצד שני לראות ולתכנן בעצמם צורות שוות שטח שאינן חופפות. בספר השני, בנושא התיכונים, ילמדו לחלק משולש לשני משולשים שווי שטח שאינם חופפים. הנה דוגמאות אחדות לצורות שוות שטח שאינן חופפות. גם תלמידים בינוניים יגיעו לכך אם נעודד אותם "להתפרע" ביצירת הצורות שוות השטח.

לעמוד 236, פעילות 2:

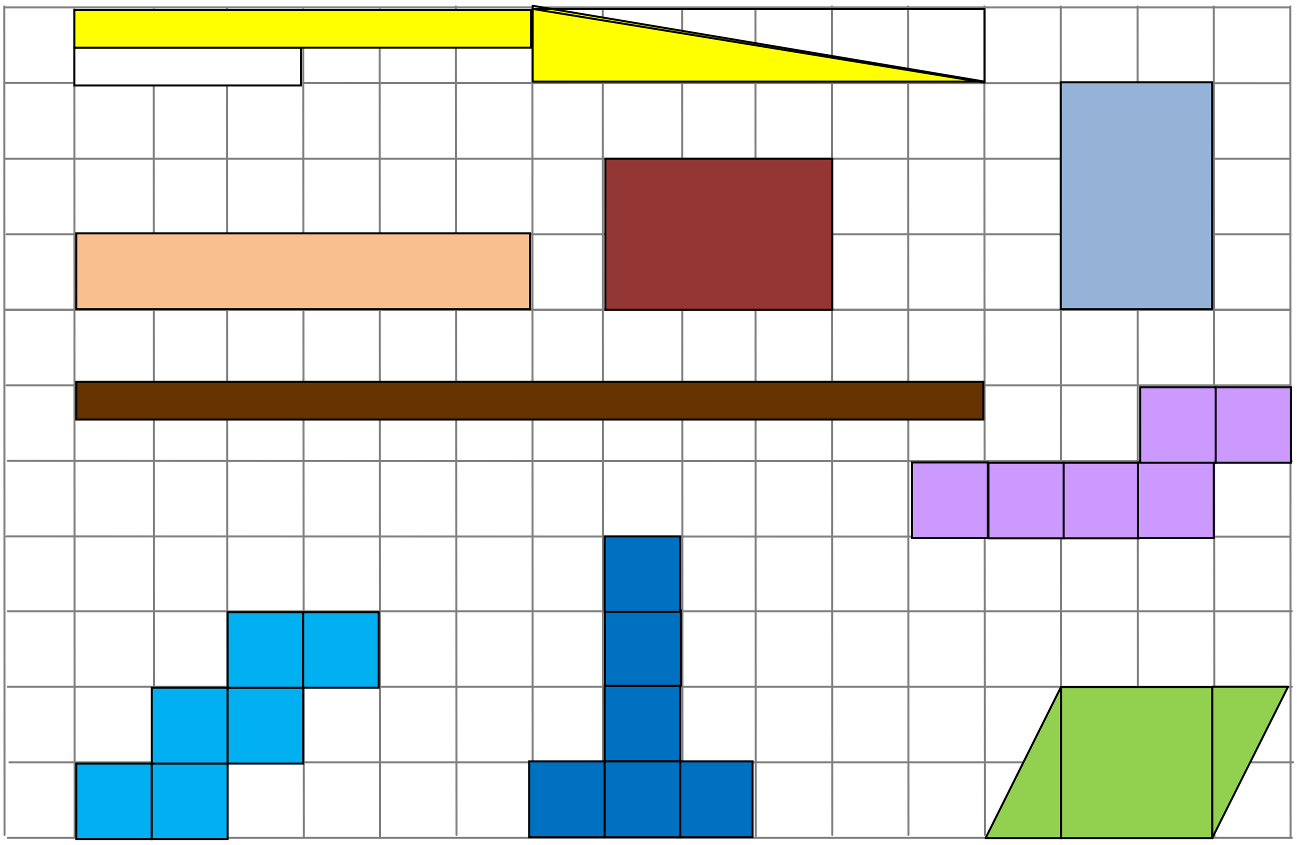
המשולשים אינם חופפים, כי לא ייתכן שיתר שווה לניצב.

אשר לשטח – מלכתחילה אי אפשר לדעת. המשולשים עשויים להיות בלתי חופפים אך שווי שטח. ייתכן שיהיו תלמידים שיטענו שאפשר לדעת בבטחה שהשטחים **אינם** שווים. נימוק אפשרי הוא, שלמשולש ב יש שני ניצבים באורך 12 מ' ו- 20 מ', בעוד שלמשולש א יש ניצב באורך 12 מ' וניצב שני **קצר מ-20 מ'**, כי **היתר** הוא באורך 20 מ'. לכן אפשר "לראות" שאם נניח את משולש א על משולש ב, הוא ייכנס כולו בתוכו. לכן השטח שלו קטן יותר. נימוק כזה הוא בהחלט קביל, ותורם להעמקת ההבנה של מושג השטח (בהבדל ממידת השטח). אפשר אפילו לסכם:

אם צורה א מוכלת ממש בתוך צורה ב, אז השטח של צורה א קטן מן השטח של צורה ב.

לעמוד 236, פעילות 3

הנה דוגמאות שכדאי לעודד את התלמידים לצייר, של שטחים שווי שטח ושוני צורה.



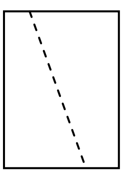
לעמוד 237, פעילות 2

ההנמקה צריכה להסתמך על השוויון של הניצבים אחד לאחד. הם שווים זה לזה כי אותם הקטעים גם מכהנים בתפקיד צלעות הריבוע. שוב דוגמה של הנמקה המסתמכת על כפל תפקידים: גם ניצב במשולש ישר-זווית וגם צלע של הריבוע.

לעמוד 237, פעילות 3

כאן יש שני קשיים:

קושי ראשון: לראות שהטרפזים חופפים. במקרה שאין רואים זאת אפשר לבצע פעילות פשוטה אך חשובה:
לסמן על הצלעות הארוכות של דף מלבני שתי נקודות,
הנמצאות במרחקים שווים מקודקודים נגדיים של הדף, ולחבר אותם בקו.
גזירה לאורך הקו תיצור שני טרפזים שאפשר לראות שהם חופפים פשוט על ידי הנחה זה על זה.



יש כאן הפתעה: זוהי שבירה של הצורה המקובלת של חצי מלבן, אותו נוטים תמיד לראות כמלבן קטן יותר או כמשולש הנוצר על ידי האלכסון. למעשה, המשולש מתקבל באותה דרך כמו הטרפז, רק עם מרחק 0 מהקודקודים הנגדיים.

הקושי השני, לראות שבמלבן של הבעיה, כל טרפז הוא רבע מן המלבן המקורי, ושלושה ביחד הם שלושה רבעים של המלבן. המעניין הוא שכאן יש ארבעה חלקים שהם ממש חופפים, לא רק שווי שטח.

עמ' 237, אתנחתא

א. אפשר לבנות 13 משולשים שווי צלעות: 9 קטנים, 3 בינוניים (כל אחד מורכב מ-4 קטנים) והמשולש הגדול.

עמוד 238, פעילות 3

כאן מעודדים את התלמידים למצוא מה שיותר משולשים ישרי זווית. הקושי טמון בכך שהמשולשים מכסים זה את זה חלקית. בעמוד הבא יש פעילות מכוונת שעוזרת לתלמידים לראות את כל ארבעת המשולשים ישרי הזווית שנוצרים על ידי האלכסונים.

עמוד 238, אתנחתא

כדי לפתור את הבעיה הזו צריך לבנות את סדרת המשולשים עד שמגיעים למשולש שמספר הכדורים שלו ריבועי. הסדרה של מספרי הכדורים במשולשים היא 1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36. מספר הכדורים שבמשולש השמיני הוא ריבועי, ואפשר לבנות ממנו ריבוע שצלעו 6. מן המשולש החמישי עד השמיני הוספנו 36-15=16, דהיינו הוספנו 16 כדורים.

איך מוצאים את מספרי הכדורים של המשולשים? דרך ראשונה היא הדרך הרקורסיבית: מאיבר בסדרה אל זה שאחריו. במקרה שלנו, על פי הכלל האלגברי $a_{n+1}=a_n+(n+1)$ כלומר, האיבר הראשון ועוד 2 ייתן את האיבר השני, האיבר השני ועוד 3 ייתן את האיבר השלישי, וכן הלאה, עד שמגיעים אל מספר ריבועי. אבל אפשר גם אחרת, על ידי הנוסחה הכללית של מספר הכדורים בכל משולש. אם מסמנים ב-n את המקום בסדרה, אזי מספר הכדורים שבמשולש ה-n-י הוא n:2(n+1). זוהי הנוסחה של סכום המספרים מ-1 עד N , שתלמידינו בדרך כלל **אינם מכירים**.

עמוד 239

כאן יש פעילות מכוונת שעוזרת לתלמידים לראות את כל ארבעת המשולשים ישרי הזווית שנוצרים על ידי האלכסונים, ואחר כך תרגול במציאתם.

עמ' 240, תרגיל 2

המשך התרגול בזיהוי המשולשים ישרי הזווית הנוצרים במלבן על ידי האלכסונים.

עמוד 241, תרגיל 6

גם כאן הפתרון מסתמך על כפל תפקידים: DB הוא צלע בריבוע וגם אלכסון במלבן.

עמוד 241, תרגיל 7

גם כאן הפתרון מסתמך על כפל תפקידים:

הקטעים EF ו-KG הם צלעות של המלבן וגם אלכסונים של המשושה;
הקטעים EG ו-KF הם אלכסונים של המלבן, (אותם התבקשו התלמידים להוסיף לסרטוט בסעיף ג), וגם אלכסונים של המשושה.
בסה"כ יהיו בסרטוט ארבעה אלכסונים של המשושה.

עמוד 241, תרגיל 8

המרובע ACBD שמתקבל כאן איננו מלבן, ובכל זאת אלכסוניו שווים זה לזה. הטיפול במקרה הזה מתייחס גם לגיאומטריה הדדוקטיבית שתבוא בכיתה ח. הכוונה למשפט והמשפט ההפוך לו. במקרה שלנו, המשפט "במלבן, האלכסונים שווים זה לזה", והמשפט ההפוך לו: "אם האלכסונים במרובע שווים זה לזה אז המרובע הוא מלבן". על פי המרובע שמתקבל בתרגיל זה, המשפט הראשון נכון, ואילו המשפט ההפוך לו איננו נכון.
נשוב ונתייחס לשני משפטים אילו בדיון שבעקבות תרגיל 10, בעמוד 242. נוכל להיעזר שם בדוגמה של תרגיל 7.

עמוד 242, הדיון שבעקבות תרגיל 10

הדיון הזה הוא חלק מההכנה לגיאומטריה הדדוקטיבית שתבוא בכיתה ח. הדיון עוסק בשני משפטים שהפוכים זה לזה, האחד נכון והשני איננו נכון. בדיון. כדאי להזכיר שכדי להוכיח שמשפט איננו נכון, מספיק להביא דוגמה סותרת אחת. המרובע ACBD שהתקבל בתרגיל 8 בעמוד 241 יכול לשמש כדוגמה מתאימה לסתור את המשפט השני. המרובע הזה איננו מלבן, ובכל זאת אלכסוניו שווים זה לזה.

עמוד 242, תרגיל 11

זוהי פעילות למתקדמים שהיא במסגרת ההכנה לגיאומטריה הדדוקטיבית. כדאי להשוות כאן את הערמות השונות ולחשוב מה כל אחת עשויה להכיל. למשל, כדאי להגיע למסקנה שבערמה ב עשויים להיות **גם** משולשים מהסוג של ערמה ג – עם שני ניצבים באורך 30 ס"מ; ועשויים להיות בה גם משולשים מהסוג של ערמה ה – עם ניצב אחד באורך 30 ס"מ וניצב שני באורך 40 ס"מ; וכמובן גם כאלה שבהם ניצב אחד באורך 30 ס"מ והשני באורך אחר, כלשהו. לכן אין בטחון שכל המשולשים בערמה ב חופפים זה לזה.
באותו אופן, בערמה ד עשויים להיות מרצפות מהסוג של ערמה ה.
פתרון: הערמות המתאימות הן א', ג', ו-ה'.
כאמור, ערמה ב איננה מתאימה כי עלולים להיות בה כל מיני משולשים שאינם חופפים זה לזה.
ערמה ד איננה מתאימה מאותה הסיבה.

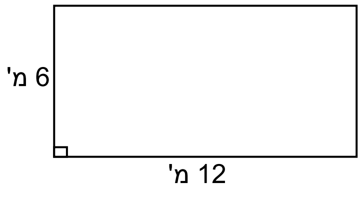
<u>חישוב מספר המרצפות הנחוצות מערמה א:</u>

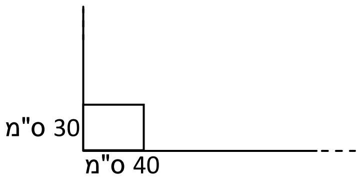
1200:40=30

600:30=20

30X20=600

600 מרצפות





<u>חישוב מספר המרצפות הנחוץ מערמה ג:</u> בערמה זו משולשים ישרי זווית שכל אחד מניצביהן באורך 30 ס"מ. כל שני משולשים מערמה זו משלימים זה את זה לריבוע שצלעו 30 ס"מ. מחשבים קודם כמה

ריבועים כאלה צריכים לריצוף: 1200:30=40, 600:30=20, סך-הכל: 20X40=800 , 800 ריבועים, שהם **1600 מרצפות משולשות.**

<u>חישוב מספר המרצפות הנחוצות</u>

<u>מערמה ה</u> – בערמה זו משולשים ישרי זווית

שניצביהן באורך 30 ס"מ ו-40 ס"מ.

כל שני משולשים ישרי זווית כאלה

נסגרים למלבן שמידותיו 30 ס"מ ו-40 ס"מ, כמו המרצפות של ערמה א. לכן מספר המרצפות הנחוצות מערמה ה כפול ממספר המרצפות הנחוצות מערמה א, דהיינו **1200 מרצפות משולשות**.

לסיכום, כדאי לדון עם התלמידים בשאלה:

האם כשמרצפים במרצפות מסוג מסוים, בכל סידור ידרש אותו מספר מרצפות?

גם אם התשובה האינטואיטיבית היא "כן", כדאי לחשוב איך אפשר להוכיח/לנמק "תחושת בטן" זו. הנה דרך אחת להוכיח:

נניח שבסידור מסוים הריצוף יתבצע על ידי n מרצפות חופפות. מכאן שהשטח של כל מרצפת הוא $\frac{1}{n}$ של השטח המרוצף, ולכן בכל סידור יידרש אותו מספר n של מרצפות לריצוף השטח.

עמוד 243, תרגיל 12

גם זו פעילות למתקדמים שהיא במסגרת ההכנה לגיאומטריה הדדוקטיבית: כאן עובדים על ההבחנה הלוגית בין היגדים מהסוגים האלה:

- מרובע בו אלכסון אחד.הוא בעל תכונה מסוימת
- מרובע בו לשני האלכסונים יש את התכונה הנ"ל.

שימו לב שלא בקשנו "רק אלכסון אחד". לכן קבוצת המרובעים בסרטוט, שבהם לשני האלכסונים יש את התכונה המסוימת **נכללת** בקבוצה של המרובעים שלהם אלכסון אחד כזה. זהו הנושא הלוגי המיועד כאן לתלמידים המתקדמים: כשאומרים **אחד**, (ולא **רק אחד)**, אפשר שיהיו עוד. אפשר להרחיב נושא זה על ידי דוגמאות נוספות.

עמוד 244, פעילויות 1 ו- 2

כאן מטפלים בקושי אצל חלק מן התלמידים, ליישם את מה שלמדו בשברים: אם מחלקים צורה לשני חלקים **שווי שטח**, אז השטח של כל חלק הוא מחצית מן השטח הכולל. בפעילות 1 – שני השטחים שווי שטח אבל לא חופפים. בפעילות 2 – שני השטחים חופפים ולכן שווי שטח.

נשתמש בתכונה זו קודם לחישוב שטח של משולש ישר זווית, ואחר-כך כאחת הדרכים לחישוב שטח של משולש כלשהו.

עמוד 245, פעילויות 3 ו- 4

מיישמים את מה שלמדו קודם על חלוקת צורה לשתי צורות שוות שטח – לחישוב שטח משולש ישר זווית.

עמוד 245, הדוגמה הפתורה ופעילות 5

כאן מוודאים שכל משולש ישר-זווית ניתן להשלמה למלבן, כדי שאפשר יהיה לגבש שיטה כללית לחישוב שטח משולש ישר-זווית על-ידי השלמה למלבן, ולסמוך על הכלליות של השיטה.

עמוד 246 ו- 247

כאן מנסחים, מדגימים ומיישמים את הנוסחה לחישוב שטח משולש ישר-זווית על פי הניצבים: השטח שווה למחצית מכפלת הניצבים. כמובן שאפשר לחשב את השטח של משולש ישר-זווית גם בעזרת הגובה אל היתר, אולם בכך נעסוק במועד מאוחר יותר, לאחר שנלמד לחשב שטח של משולש שאיננו ישר-זווית (בספר השני לכיתה ז).

עמ' 247, פעילות 8

גם השיטה לחישוב השטח על ידי הניצבים מבוססת על כפל תפקידים: הניצבים במושל ישר הזווית המקורי ממלאים תפקיד של צלעות במלבן שהשלמנו, שמכפלת אורכיהם נותנת את שטח המלבן.

עמ' 247, תרגיל 1

בפעילויות קודמות בפרק למדנו לזהות את ארבעת המשולשים ישרי הזווית הנוצרים במלבן על ידי האלכסונים. כאן עוסקים בחישוב השטח שלהם.

עמ' 248, תרגיל 2

מחשבים שטח משולש שווה שוקיים על ידי סכום של שטחים של משולשים ישרי זווית, או על ידי חיסור של שטחי משולשים ישרי זווית ממלבן. בשתי השיטות נשתמש כאשור נעסוק בשטח משולש שאיננו ישר זווית, בפרקי הגיאומטריה שבספר השני לכיתה ז.

תלמידים יכולים להציע "כללים" שונים. הם עשויים לדבר על חלוקת משולש שווה שוקיים לשני משולשים ישרי זווית חופפים. כדאי לחזור על כך שמשלוש דוגמאות עוד אין כלל, אלא רק הצעה לכלל, הצעה שזקוקה להוכחה. בהוכחות כאלה נעסוק בגיאומטריה הדדוקטיבית, בכיתה ח.

עמ' 248, תרגיל 3

את השטחים כאן אפשר לחשב בדרכים שונות. בדרך-כלל על ידי חיסור שטח משולש/ים ישר/י זווית משטח מלבן, או על ידי חלוקת כל המצולע הצבעוני למשולשים ישרי זווית, וחיבור שטחיהם. להלן שטחי הצורות:

המשולש הסגול: 10 סמ"ר; המשולש הירוק: 9.5 סמ"ר; המרובע החום: 15 סמ"ר;

המתומן הכחול: 10 סמ"ר, והמשושה האדום: 57 סמ"ר

כאן ובכל מקום בפרקי הגיאומטריה חשוב לדרוש מהתלמידים מידת שטח ביחידות השטח המתאימות.

כאן גם הזדמנות להתייחס אל הצורות לא רק בעזרת הצבע, אלא גם בעזרת סוג המצולע: משולש, מרובע, משוש249ה ומתומן.

עמ' 248, תרגיל 3 לעומת תרגיל 4 שבעמ' 249

תרגיל 4 מעמ' 249 מיועד לתלמידים מתקדמים: הם מתבקשים לתכנן בעצמם משולשים שונים ששטחם שווה לשטח המרובע הנתון. תרגיל 3 בעמ' 248, לעומת זאת, מבקש לזהות משולשים בעלי שטח כזה, ואחר כך לתכנן עוד דוגמה אחת. השארנו להם מקרה קל, משולש שניצביו הם 20 מ' ו- 25 מ'.

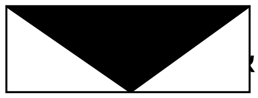
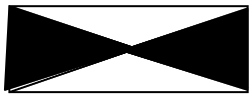
עמודים 250 – 252 : איך מחשבים שטח כאשר האורכים נתונים ביחידות שונות?

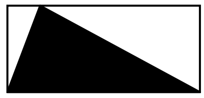
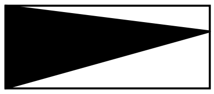
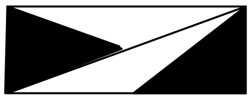
בעמודים אילו עוסקים בחישובי שטחים של צורות שמידותיהן נתונות ביחידות שונות. כדי לחשב את השטח יש להמיר את כל המידות לאותה יחידה. בדוגמה שבעמ' 250 מודגמות שתי המרות כאילו לאותה בעיה: מכיוון שהמידות נתונות במטרים ובסנטימטרים, אפשר להמיר את כל המידות למטרים, ואז השטח יתקבל במטרים רבועים, ואפשר להמיר את כל המידות לסנטימטרים, ואז השטח יתקבל בסנטימטרים רבועים. מי שאיננו אוהב להתעסק בשברים, ימיר כנראה למידה הקטנה יותר. אבל לעיתים קרובות נוח יותר לעסוק ביחידות הגדולות, במיוחד בשטחים גדולים.

עמוד 251, תרגיל 9

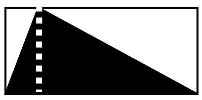
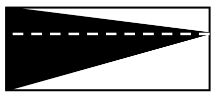
אפשר לצבוע את המרצפות המלבניות בדוגמאות שונות של משולשים, למשל:

א.

ב.

ג.


ד.

ה.

ו.


בדוגמאות ד' ו- ה' אפשר לראות את
שוויון השטחים הלבנים והשחורים
בעזרת קווי עזר כאלה:

ד.

ה.


ראו גם תרגיל 14 בעמוד 252 (למתקדמים).

בדוגמה ו' יש אלכסון שמחלק את המלבן לשני משולשים חופפים, שכל אחד מהם מחולק על ידי תיכון לשני משולשים שווי שטח **שאינם חופפים**. כך התקבלו ארבעה משולשים שווי שטח, שאינם חופפים, אשר השטח של כל אחד מהם הוא רבע משטח המלבן.

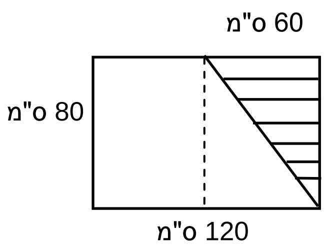
בשתי השיטות האלה לחלוקת המלבן למשולשים שווי שטח שאינם חופפים, כמו בדוגמאות ד', ה', ו-ו' נעסוק בספר השני לכיתה ז. אפשר יהיה לשוב אל בעיה זו שם. בינתיים אפשר להסתפק בפתרונות מהסוגים א', ב', ו-ג'.

עמוד 251, פעילות 11

לחישוב השטח של חלקי דירה יש שימושים רבים, למשל כשרוצים לחשב עלות של ריצוף חדש, הברקה בשיטות מתוחכמות , תכנון מחודש של הדירה או אפילו הערכה לצרכי מיסוי.

עמוד 252, תרגיל 12

כדאי שתלמידים מתקדמים יעסקו כאן רק בסעיף ב,
כי הוא ניתן לפתרון ללא חישוב השטח המכוסה על ידי הוילון.
מכיוון שהוילון תלוי מאמצע הצלע העליונה של החלון,



הוא מכסה רבע של החלון,

כפי שאפשר לראות בעזרת הקו המקווקו (הדמיוני).

עמוד 252, תרגיל 13

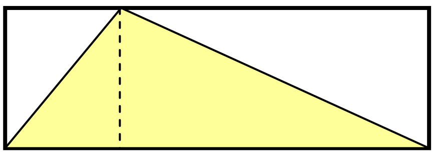
ראשית יש לשים לב שהעמוד מצופה בנייר כסף **משני צידיו**. כמו כן לפנינו עוד מקרה שבו צריך להמיר יחידות אורך לפני שמחשבים את השטח. אפשר כאמור לעבוד בשתי דרכים.

בסנטימטרים: סך-כל השטח המצופה (משני הצדדים) הוא 2X20X300:2=6000, דהיינו 6000 סמ"ר.

במטרים: סך-כל השטח המצופה (משני הצדדים) הוא 2X0.2X3:2=0.6, דהיינו 0.6 מ"ר.

כדאי לפתור בכיתה בשתי הדרכים ולדון בשוויון התוצאות המתקבלות. זוהי הזדמנות לחשב מחדש כמה סנטימטרים רבועים במטר רבוע אחד (100X100=10,000), ולוודא ש 0.6 מ"ר = 6000 סמ"ר.

עמוד 252, תרגיל 14



פעילות זו, למתקדמים, היא הכנה לפעילויות העוסקות בשטח משולש שאיננו ישר זווית בספר ב.

פתרונה על ידי אנך, המחלק את המשולש הצהוב לשני משולשים ישרי זווית, ואת המלבן לשני מלבנים.

כל משולש ישר זווית הוא מחצית המלבן שבו הוא כלוא. על פי העיקרון שסכום חצאים הוא מחצית הסכום, נובע ששטח המשולש הצהוב שווה למחצית שטח המלבן, דהיינו ל-27 סמ"ר.

עמוד 252, תרגיל 15

שוב יש כאן צורך להמיר היחידות. וגם לזכור שלשולחן 4 רגליים!

שתי רגליים שהן משולשים ישרי זווית שניצביהן באורך $\frac{1}{2}$ מ' ו- 30 סמ"ר

ושתי רגליים שהן משולשים ישרי זווית שניצביהן באורך 1 מ' ו- 30 ס"מ.

נפתור בסנטימטרים: 2X30X50:2+2X30X100:2=4500, דהיינו 4500 סמ"ר.

נפתור במטרים: 2X0.3X0.5:2+2X0.3X1:2=0.45, דהיינו 0.45 מ"ר.

כרגיל, מומלץ לפתור בשתי הדרכים ולהשוות את התוצאות, תוך חזרה על השוויון: 1 מ"ר = 10,000 סמ"ר.