מדריך למורה תיבה

פעילות 1- עמ' 44:

מטרת הפעילות הראשונה הינה לאפשר לתלמידים להתנסות באופן מוחשי בפירוק התיבה למרכיביה. ניתן להציע לתלמידים לפרק את הקופסה שבחרו במטרה להמחיש להם ממה מורכבת הקופסה. אך יש להסב את תשומת ליבם לכך שיש לשוניות אשר בעזרתן מדביקים את הדפנות זו לזו.

פעילות 2 ודיון

המלצתנו בפעילות זו היא להביא קלפים לכיתה, כדי שהתלמידים יוכלו להתנסות והפעילות תהיה מוחשית לתלמידים הזקוקים לכך.

ניתן לבנות תיבה הבנויה מ-4 מלבנים במידות 7X3 ושני ריבועים במידות 3x3.

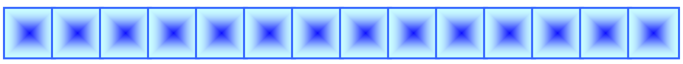
ניתן לבנות קובייה הבנויה מ- 6 ריבועים במידות 3x3.

כל צורה סגורה הבנויה מהקלפים הנתונים המתקבלת היא תיבה. לדוגמה, לא ניתן לבנות מנסרה מכיוון שבסיסיה הם משולשים.

בנוסף, חשוב לדון עם התלמידים על כך שגם קובייה הינה תיבה. בדומה למקרה של ריבוע, שהינו מקרה פרטי של מלבן.

אתנחתא

א. ההיקף הגדול ביותר של דגם הבנוי מ-14 אריחים הוא פס אריחים הצמודים זה לזה כמתואר בסרטוט:



כך, כל אריח 'תורם להיקף' שתי דפנות ושני האריחים החיצוניים תורמים דופן אחת נוספת. סה"כ: $14 \times 2 + 2 = 30$. 30 יחידות אורך. קימות דרכים נוספות לקבלת מלבן בהיקף של 30 יחידות אורך, למשל:

ב. חשוב לציין כי בסעיף זה כל 12 האריחים הינם זהים. ניתן לבנות שלושה סוגים שונים של מלבנים:

מלבן 1: צלע אחת 1 יח' אורך וצלע שנייה 12 יח' אורך.

מלבן 2: צלע אחת 2 יח' אורך וצלע שנייה 6 יח' אורך.

מלבן 3: צלע אחת 3 יח' אורך וצלע שנייה 4 יח' אורך.

כל שאר המקרים סימטריים ולכן לא יוצרים מלבנים שונים.

פעילות 3 – עמ' 45:

בפעילות זו אנו עובדים על דיוק מתמטי והשוואה בין השפה המתמטית לשפה בה אנו משתמשים בחיי היום יום. מטרה נוספת לפעילות זו היא ההמחשה של נוחות האחסון של חפצים בצורת תיבה, עד כדי כך שמגדלים את האבטיחים בצורת "קובייה".

א. השם אבטיח "מרובע" אינו מתאים מבחינה מתמטית כי מרובע מתייחס לצורה דו ממדית ואילו האבטיח הינו תלת ממדי.

ב. אנו אומרים כי הצורה הגיאומטרית של האבטיח **דומה** לקובייה אך איננה בדיוק קובייה, כי לאבטיח שבתמונה פינות מעוגלות בניגוד לפינות של קובייה. בנוסף, אין אנו יודעים בוודאות ששלוש ה"צלעות" של האבטיח הן שוות באורכן ומכאן הזהירות לכנות אבטיח זה קובייה.

ג. צורת פח האשפה דומה לגליל, אך איננה בדיוק גליל. הטלפון הנייד דומה בחלק מן המקרים לתיבה אבל פינותיו מעוגלות. למרבית הדלתות יש צורה של תיבה, אך בשל המגרעות בדפנות הדלת הן אינן בדיוק תיבה. מרצפות או אריחי קרמיקה, למשל, יכולים להיות תיבה מדויקת על פי ההגדרה המתמטית.

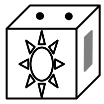
דוגמאות אפשריות של מוצרי חשמל שצורתם דומה לתיבה הן: מסכי מחשב, מחשבים נייחים, מקררים, מכונות כביסה וכדומה.

פעילות 4:

צורת התיבה נדירה בטבע, אך עם זאת נוחה מאוד לשימושים בחיי היום יום. קל לאחסן בה דברים מבלי להותיר חללים בין החפצים. באנלוגיה לאחסון בתיבה, אפשר לשלב כאן פעילות חקר הבוחנת עם אילו מצולעים ניתן לרצף משטח מלבני.

. **פעילות 5:**

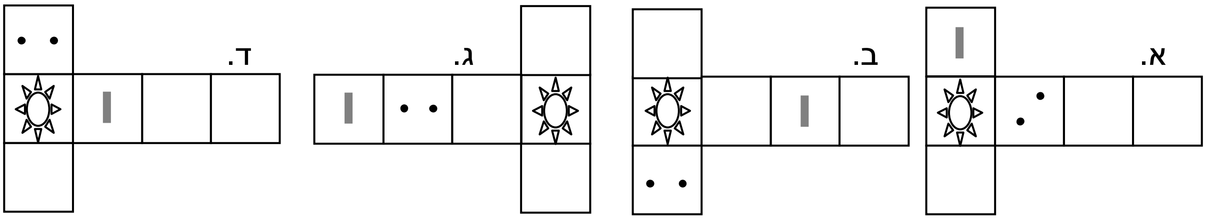
דוגמאות לחפצים הדומים לתיבות: חלונות, דלתות, אריחים, ספרים, מסכי פלסמה, ארונות, מיטות, שלטים, דפים, תמונה עם מסגרת, שטיחים ועוד.

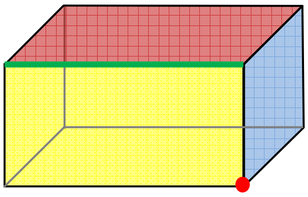
אתנחתא 

הערה: המלבן האפור המסורטט על דופן הקובייה נראה שונה בשרטוט פריסת הקובייה.
השרטוט יתוקן במהדורות הבאות.

פעילות האתנחתא דורשת מן התלמידים הסתכלות על פריסה של קובייה וזיהוי כל אחת מפאותיה בהתאמה. התשובה הנכונה היא סעיף ד' שכן מימין לפרח, בפאה הסמוכה לו, יש מלבן אפור ומעל לפרח בפאה הסמוכה מסורטטות שתי נקודות כמו בקובייה.

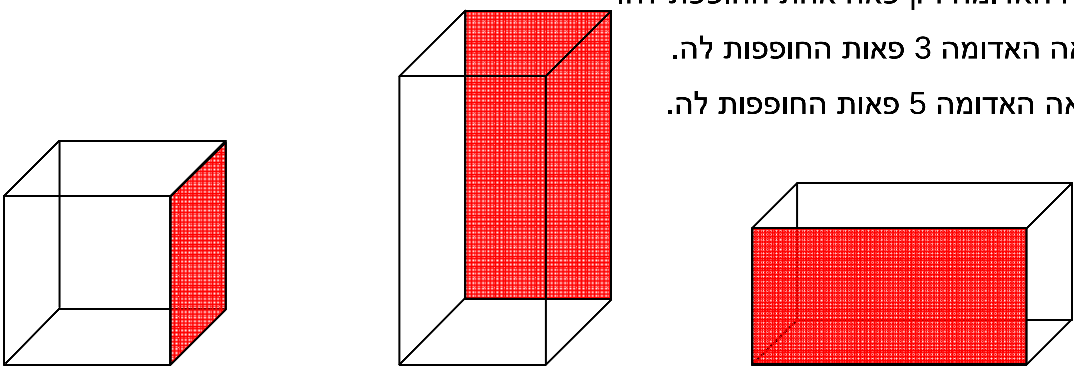
סעיפים א-ג אינם נכונים. בסעיף א' צמד הנקודות הינו באלכסון ולכן לא ייתכן שזו פריסה של הקובייה. בסעיף ב' המלבן האפור הוא בפאה הנגדית לפרח ולא בפאה הסמוכה לפרח כנדרש. בסעיף ג' הפאה עם שתי הנקודות נגדית לפאה עם הפרח ולא סמוכה לה ולכן זה לא ייתכן.





. פעילות 6 – עמ' 46:

א. לתיבה שש פאות. ללא ידיעה מה מידות התיבה ניתן לענות בוודאות רק על מקרה אחד, בו לכל אחת מפאות התיבה יש פאה אחת חופפת לה (הפאה הנגדית לה), גם אם בסרטוט נראה אחרת. לכן, שאלו את התלמידים: ללא ידיעה מה מידות התיבה מה בכל זאת אפשר לדעת שמתקיים? כמה פאות חופפות לפאה הכחולה? כמה פאות חופפות לפאה האדומה?
בקשו מן התלמידים לסרטט תיבה עם מידות כך שיתקיימו המקרים הבאים:
מקרה א: תהיה לפאה האדומה רק פאה אחת החופפת לה.
מקרה ב: תהינה לפאה האדומה 3 פאות החופפות לה.
מקרה ג: תהינה לפאה האדומה 5 פאות החופפות לה.



א ב ג

ב. לתיבה יש 12 צלעות. אם נניח שאף אחת מן הפאות של התיבה איננה ריבוע, לצלע הירוקה הנתונה יש עוד שלוש צלעות השוות לה באורכן. מומלץ לדון עם התלמידים כיצד יודעים זאת. הסבר אפשרי: כל פאה הינה מלבן, למדנו שצלעות נגדיות במלבן שוות זו לזו. ניתן להפנות לתלמידים שאלות לגבי המקרים שבנינו בסעיף א. האם במקרה ג' גם יהיו רק עוד שלוש צלעות שוות לצלע הירוקה?

ג. לתיבה 8 קודקודים.

ד. בסעיף זה נרצה שהתלמידים יתבססו על תכונות המלבן ויזהו את הצלעות המקבילות. לדוגמה: AB II CD או CE II AH.

ה. לצלע DG יש שלוש צלעות מקבילות. DG היא צלע של שתי פאות סמוכות. במלבן CDGE CE II DG ובמלבן DBFG BF II DG. יותר קשה לראות שגם AH II DG, כיוון שהצלע AH מקבילה לצלע CE במלבן CDGE (וגם לצלע BF במלבן DBFG).

ו. לכל צלע יש שלוש צלעות מקבילות.

ז. אפשר להסיק שלצלע FD יש שלוש צלעות השוות לה בוודאות, גם אם לא ידועות מידות התיבה. הצלעות הן: GB שהיא צלע נגדית במלבן והצלעות AH ו-CE אשר הן צלעות נגדיות במלבן החופף לפאה GBDF ומכאן שהאורך של כל אחת שווה לאורך הצלע GB.

תרגיל 1 עמ' 46

א. בתיבה הנתונה 4 צלעות באורך 2 ס"מ.

ב. בתיבה הנתונה 4 צלעות באורך 5 ס"מ.

ג. לתיבה זו יש פאה ששטחה הוא 10 סמ"ר כי יש פאה שאורך צלעותיה הן 5 ס"מ ו-2 ס"מ.

ד. לתיבה זו אין פאה ששטחה הוא 3 סמ"ר. שטחי הפאות בתיבה הם: 2 סמ"ר, 10 סמ"ר, 5 סמ"ר.

ה. לתיבה זו יש פאה בהיקף של 6 ס"מ, כי יש מלבן שאורך צלעותיו הם: 2 ס"מ ו- 1 ס"מ.

תרגיל 2 עמ' 47

א.

תיבות	גופים שאינם תיבות
ב, ד, ח, י	א, ג, ה, ו, ז, ט, יא, יב, יג

ב. הסרטוטים ג', ט' ו- יב' מתארים גופים שאינם תיבות, כי לא כל הפאות שלהם הן מלבנים, ותיבה בנויה מפאות שכולן מלבנים. גוף שיש לו פאה אחת או יותר השונה ממלבן איננו תיבה. נבחן כל גוף בנפרד ונראה שלכל אחד מהגופים ג', ט' ו-יב' יש פאה שאיננה מלבן. גוף ג' בנוי ממלבנים ושני משולשים. גוף ט' בנוי ממלבנים ושני טרפזים וגוף יב' בנוי משני מחומשים ומלבנים. ראינו כי לכל אחד מן הגופים יש פאות שהן מלבנים, אך יש גם שתי פאות בצורת מצולעים שאינם מלבן. מכאן שהגופים האלה אינם תיבות.

ג. גופים ב', ד', ח', י' בנויים מפאות שכולן מלבנים ועל כן הם תיבות. נתמקד בגוף ד' שנראה כקובייה ונזכיר לתלמידים כי ריבוע הינו מקרה פרטי של מלבן ולכן גם גוף ד' הינו תיבה.

תרגילים 3 ו-4 – עמ' 47

מטרת התרגילים 3 ו-4 היא להכיר לתלמידים את המושג שטח פנים של תיבה ומשמעותו: סכום השטחים של כל פאות התיבה. בנוסף, בתרגיל זה התלמידים מזהים את הפאות השונות של התיבה הנתונה ומחשבים כתרגול חוזר את שטח הפאות והיקפן על מנת לקבוע אם קיימות פאות עם השטח או ההיקף שנתונים.

תרגיל 3:

תשובות לסעיפים א' וב':

2 פאות שאורך צלעותיהן 20 ס"מ , 10 ס"מ, כ"א שטחה 200 סמ"ר

2 פאות שאורך צלעותיהן 20 ס"מ , 5 ס"מ, כ"א שטחה 100 סמ"ר

2 פאות שאורך צלעותיהן 10 ס"מ , 5 ס"מ, כ"א שטחה 50 סמ"ר

ג. מחישוב שטחי הפאות בסעיף הקודם נוכל לראות כי יש פאה ששטחה 50 סמ"ר; מידותיה: 10 ס"מ , 5 ס"מ

ד. ההיקפים האפשריים על פי הפירוט של הפאות בסעיף א' הם: 60 ס"מ; 50 ס"מ; 30 ס"מ. ולכן התשובה הינה **כן**, ומידות הפאה הן: 10 ס"מ , 5 ס"מ.

ה. סכום שטחי הפאות הינו: 700 סמ"ר.

תרגיל 4:

תשובות לסעיפים א' וב':

2 פאות שאורך צלעותיהן 12 ס"מ , 6 ס"מ, כ"א שטחה 72 סמ"ר

2 פאות שאורך צלעותיהן 12 ס"מ , 5 ס"מ, כ"א שטחה 60 סמ"ר
2 פאות שאורך צלעותיהן 6 ס"מ , 5 ס"מ, כ"א שטחה 30 סמ"ר

ג. מחישוב שטחי הפאות בסעיף הקודם נוכל לראות כי יש פאה ששטחה 60 סמ"ר, שמידותיה 12 ס"מ 5 ס"מ.
ד. ההיקפים האפשריים על פי הפירוט של הפאות בסעיף א' הם: 36 ס"מ, 34 ס"מ, 22 ס"מ. ולכן התשובה הינה **כן** ומידות הפאה הן: 6 ס"מ , 5 ס"מ.
ה. לא.
ו. לא. כפי שראינו בחישוב של סעיף ג'.
ז. סכום שטחי הפאות הינו: 324 סמ"ר.

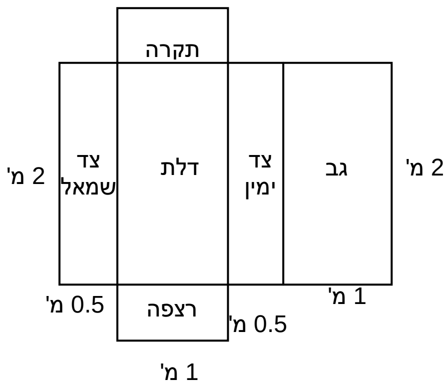
פעילות 7 ו-8 (עמ' 48) הן פעילויות החושפות תיבות שמידותיהן מיוחדות.
פעילות 9 (עמ' 48) מובילה את התלמידים לכתוב ביטוי אלגברי לשטח הפנים של תיבה כלשהי, ולשטח הפנים של קובייה. חשוב להסב את תשומת לב התלמידים כי כאשר אנו רושמים אותיות ללא מידות, פירוש הדבר כי כל אות מייצגת מספר יחידות אורך וכל האותיות הן באותה יחידה. יחידות השטח של הפאה תואמות את יחידות האורך של צלעותיה.
תרגיל 5 – עמ' 48
הערה: בסעיף ג' נפלה טעות והכוונה היא כמובן: זהו את הפאות שצורתן ריבוע ורשמו את שמותיהן.
בסעיף א' בתרגיל זה פשוט יש לרשום את המידות הנתונות בסרטוט של הפאה BCGF: 30 ס"מ ו- 10 ס"מ
בסעיף ב' התלמידים צריכים להסיק אלו צלעות שוות זו לזו ובעקבות כך לזהות את מידות הפאה ABCD: 10 ס"מ ו- 30 ס"מ.
ג. הפאות שצורתן ריבוע הן: ABFE ו- DCGH
ד. לא כל הפאות הן ריבועים, לדוגמה, ראינו בסעיף א' שמידות הצלעות של הפאה BCGF שונות זו מזו.
ה. שטח הפאה ABFE הוא 900 סמ"ר

תרגיל 6 – עמ' 49

בתרגיל זה התלמידים אמורים לעסוק בהיסק לוגי מתוכו יזהו את מידות הארון.

התלמידים צריכים לזהות את השטחים השווים זה לזה בארון: שטח הדלת חייב להיות שווה לשטח גב הארון, שטח צד ימין צריך להיות שווה לשטח צד שמאל ושטח הרצפה שווה לשטח התקרה של הארון.

מכאן המידות המלאות של הארון:



שטח הדלת שווה לשטח גב הארון וכל אחד שווה ל- 2 מ"ר.

שטח צד ימין של הארון שווה לשטח צד שמאל וכל אחד מהם שווה ל-1 מ"ר.

שטח הרצפה שווה לשטח התקרה וכל אחד שווה ל- 0.5 מ"ר.

בהנחה שצובעים את הארון רק מבחוץ וצובעים גם את התקרה והרצפה של הארון, הנגר צריך לצבוע 7 מ"ר.

תרגיל 7 – עמ' 49

שאלה 7 יכולה לזמן חקירה מעניינת על פריסות קובייה לתלמידים מצטיינים, או חקירה בהנחיית המורה לכל הכיתה. רצוי להתנסות בפועל בפתיחה של קובייה מקרטון ופריסתה.

א. מצורות א', ג' ו- ד' ניתן לבנות קובייה. מצורה ב' לא ניתן לבנות קובייה כי יש ריבוע מיותר. בצורה זו שני ריבועים מכסים את אותה פאה פעמיים.

סעיפים ב' וג' : סה"כ לקובייה יש 11 פריסות שונות. ניתן לערוך עם התלמידים פעילות חקר סביב גילוי זה.

מומלץ להתחיל מהשאלה: כמה פריסות שונות יש לקובייה? לרשום על הלוח את ההשערות ולבצע חקירה בקבוצות או ביחידים לגילוי התשובה.

עזרים: ניתן לחלק לתלמידים דף המחולק למשבצות גדולות, כדי לסרטט בפשטות פריסות שונות אפשריות לקובייה. במקרים בהם התלמידים אינם בטוחים האם הפריסה שהציעו אכן יוצרת קובייה, הם יכולים לגזור את הפריסה ולקפלה במטרה לבדוק האם נוצרת מהפריסה קובייה. יש להצטייד לפעילות מסוג זה במספריים.

מהלך הפעילות: כל קבוצה או תלמיד מציעים פריסה שונה לקובייה. שאר התלמידים צריכים לבחון האם אכן הפריסה המוצעת הינה פריסה של קובייה והאם היא שונה מקודמתה.

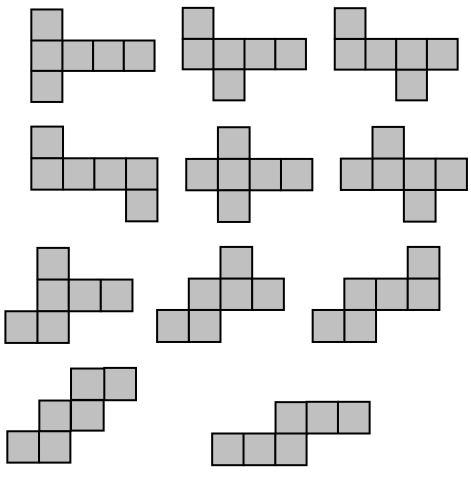
חשוב לערוך דיון עם התלמידים מה הפירוש של פריסה שונה. האם הפריסות הבאות הינן פריסות שונות? אפשר להראות שלא.

מומלץ לבקש מן התלמידים לספר על הדרכים בהן חיפשו את כל הפריסות ולהובילם לחיפוש שיטתי של פריסות.

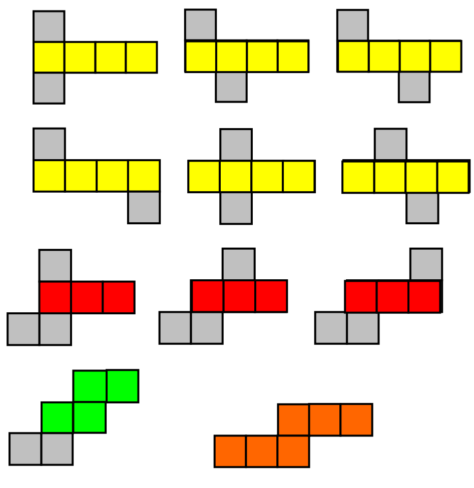
החיפוש השיטתי הינו באמצעות בניית פריסה סביב שורה "מרכזית" על כל האפשרויות.

אם נתבונן בסרטוטים הבאים:

11 פריסות אפשריות של קובייה



יצירה שיטתית של 11 פריסות קובייה



שורה ראשונה ושנייה מתבססות על שורה מרכזית של ארבע משבצות (הצבועה בצהוב) כאשר בכל פעם הזזנו משבצת אחת, מעל או מתחת לשורה המרכזית, מקום אחד ימינה.

שורה שלישית בנויה על שורה מרכזית של שלוש משבצות (הצבועות באדום), כאשר שוב הזזנו את המשבצות שמעל או מתחת השורה המרכזית.
ועוד שני מקרים ייחודיים.

סעיף ד': כאן חוזרים לדרכים "לפתוח" קובייה ולפריסה. על מנת לקבל פריסה של קובייה עלינו לחתוך 7 חיתוכים. המספר 7 איננו מקרי. ההיקף של פריסה של קובייה הוא תמיד 14. כל חיתוך למעשה 'תורם' שתי צלעות להיקף ולכן $14 : 2 = 7$.
ניתן להוסיף ולשאול תלמידים מתקדמים, מדוע ההיקף תמיד יהיה 14?
נימוק אמפירי אפשרי הוא בדיקת כל הפריסות השונות של הקובייה והבחנה שבכולן ההיקף הינו 14.

תרגיל 8 – עמ' 50

בשאלה זו מופיעים שני סוגים של מיכלים שצורתם קוביות. בסעיף א' על התלמידים פשוט לחשב את שטח הפנים. אורך הצלע של המיכל הוא 20 ס"מ לכן שטח כל פאה הוא 400 סמ"ר. לקובייה יש 6 פאות ולכן שטח הפנים של המיכל הוא 2400 סמ"ר.
בסעיף ב' יש להסתמך על סעיף א': הצלע של מיכלים מסוג ב' היא באורך 40 ס"מ. שטח כל פאה הוא 1600 סמ"ר ויש לקובייה 6 פאות ולכן שטח הפנים הוא 9600 סמ"ר.
ניתן להוסיף שאלה לתלמידים שתקשר בין התוצאות של שני הסעיפים ולשאול:
כיצד השתנה שטח הפנים?
חשוב להסב את תשומת לב התלמידים לכך כי שטח הפנים השתנה **פי ארבע** ולא פי שתיים כפי שרבים נוטים לחשוב.

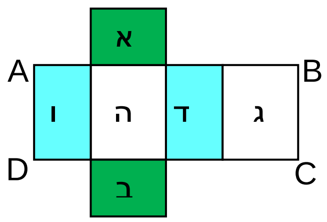
תרגיל 9 – עמ' 50

בתרגיל זה הכוונה שמדביקים את הקלפים זה לזה ויוצרים בעזרתם תיבות. הסעיפים הראשונים מהווים הכנה לסעיפים העוקבים.

א. התיבה הקטנה ביותר שאפשר לבנות היא קובייה מ-6 קלפים, שאורך כל מקצוע בה 1 ס"מ. התכונה המיוחדת היא שכל צלעותיה שוות זו לזו.

ב. בסעיף זה אנו מעוניינים שהתלמידים ישימו לב שניתן לבנות **פאה ריבועית**, מצירוף של מספר קלפים זה לזה ומפאות אלו לבנות קובייה חדשה. לדוגמה, מארבעה קלפים ניתן לבנות פאה שאורך הצלע שלה 2 ס"מ. לבניית 6 הפאות נשתמש ב- 24 קלפים.

ג. ניתן גם לבנות תיבות שאינן קוביות, למשל, תיבה שיש לה 4 פאות הבנויות משלושה קלפים ועוד שתי פאות של קלף יחיד: סה"כ 14 קלפים.
(1) לא ניתן לבנות קובייה מ-20 קלפים, כי 20 איננו מתחלק במספר שש וכל אחת מפאות הקובייה חייבת להכיל מספר שווה של קלפים.
נבדוק אם ניתן לבנות תיבה שאיננה קובייה:



נשים לב:

- שטח הפנים של הפריסה כולה הוא 20 סמ"ר (20 קלפים).
- שטח המלבן ABCD שווה למספר הקלפים שנותרו אחרי שמפחיתים מ- 20 את מספר הקלפים המרכיבים את הפאות א ו- ב.
- אורך הצלע AB שווה להיקף פאה א.
- כדי שאפשר יהיה לבנות תיבה מ- 20 קלפים צריך למצוא פריסה שבה, כשמחלקים את שטח המלבן ABCD באורך הצלע AB מתקבל מספר שלם.

נבדוק, באופן שיטתי שממצה את כל האפשרויות, ונגלה שלא ניתן ליצור תיבה ששטח פניה 20 סמ"ר (תיבה שבנויה מ- 20 קלפים). השינוי השיטתי של ממדי הפאות א ו- ב, עד אשר לא נותרים מספיק קלפים לפאות האחרות, מבטיח שכל האפשרויות נבדקו.

ניתוח המצב	מספר הקלפים שנותרו (שטח המלבן ABCD)	היקף הפאה (אורך AB)	מספר הקלפים מהן מורכבות הפאות א ו- ב יחד	מידותיהן של הפאות א ו- ב
לא ניתן ליצור את המלבן ABCD מקלפים כי 18 לא מתחלק ב- 4.	20-2=18	4	$2\times1=2$	1×1
לא ניתן ליצור את המלבן ABCD מקלפים כי 16 לא מתחלק ב- 6.	20-4=16	6	$2\times2=4$	1×2
לא ניתן ליצור את המלבן ABCD מקלפים כי 14 לא מתחלק ב- 8.	14	8	$2\times3=6$	1×3
לא ניתן ליצור את המלבן ABCD מקלפים כי 12 לא מתחלק ב- 10.	12	10	$2\times4=8$	1×4
אורך הצלע AD פחות מקלף אחד. אין טעם לבדוק עוד תיבות אפשריות עם צלע באורך ס"מ אחד.	10	12	$2\times5=10$	1×5
לא ניתן ליצור את המלבן ABCD מקלפים כי 12 לא מתחלק ב- 8.	12	8	$2\times4=8$	2×2
אורך הצלע AD שמתאים לנתונים הוא פחות מקלף אחד. אין טעם לבדוק עוד תיבות אפשריות עם צלע באורך 2 ס"מ. החישוב הראה גם שאין טעם לבדוק תיבות אפשריות עם צלע באורך 3 ס"מ או יותר.	8	10	$2\times6=12$	2×3

הבדיקה הראתה שלא ניתן לבנות תיבה מ- 20 קלפים בדיוק.

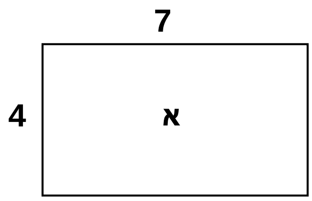
ד. אנו בוחנים בטבלה זו את מספר הקלפים הדרושים לבניית קובייה. כל פאות הקובייה הן שוות וכן אם נתון לנו מספר הקלפים, נחלקו בשש ונמצא את מידת הקובייה. אם נתונה מידת הקובייה, נבדוק מה גודל הפאה (מכמה כרטיסים היא בנויה) ונכפילה השש. לדוגמה במקרה של 3x3x3 הריבוע של פאה אחת הוא 3x3 כלומר, 9 כרטיסים. ישנן שש פאות לקובייה ולכן סה"כ הכרטיסים הם $6\cdot9=54$

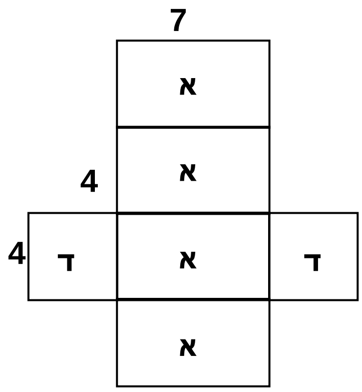
15x15x15	10x10x10	4x4x4	3x3x3	2x2x2	1x1x1	מידות הקובייה
1350	600	96	36	24	6	מספר קלפים

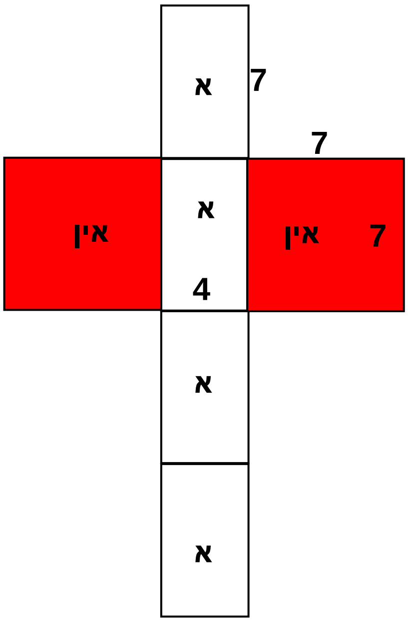
תרגיל 10 – עמ' 50

עבור כל מלבן נתון נציג פריסות אפשריות מן המלבנים ודוגמה לפריסה אפשרית למלבן אשר אין לה את החלקים המתאימים (מלבן שאינו נתון יסומן באדום).

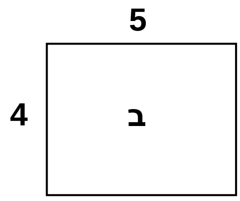
א.

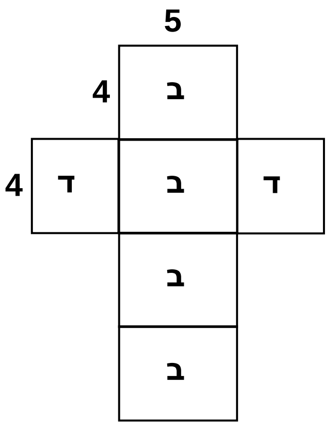


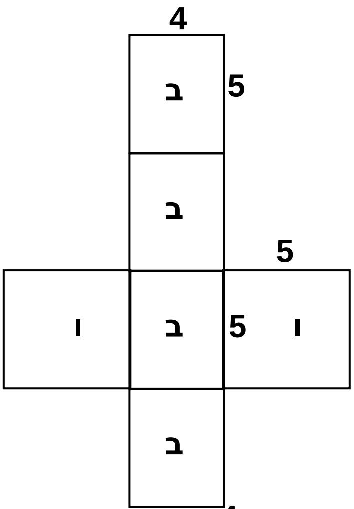




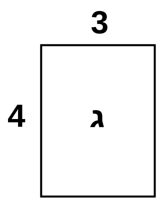
ב.

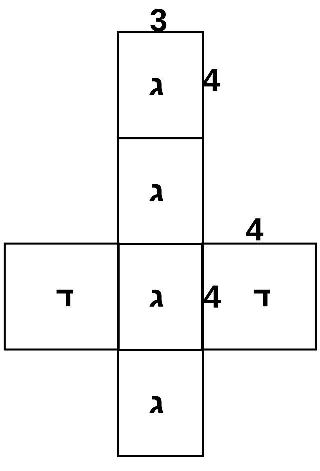


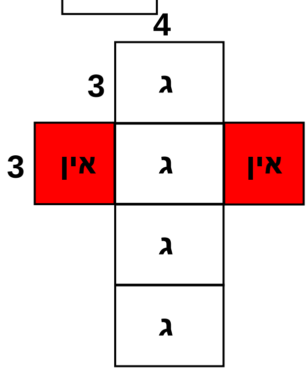




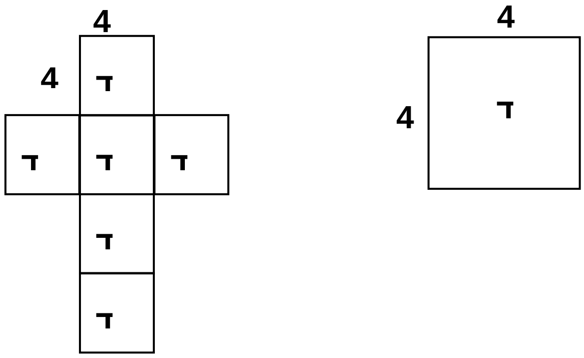
ג.



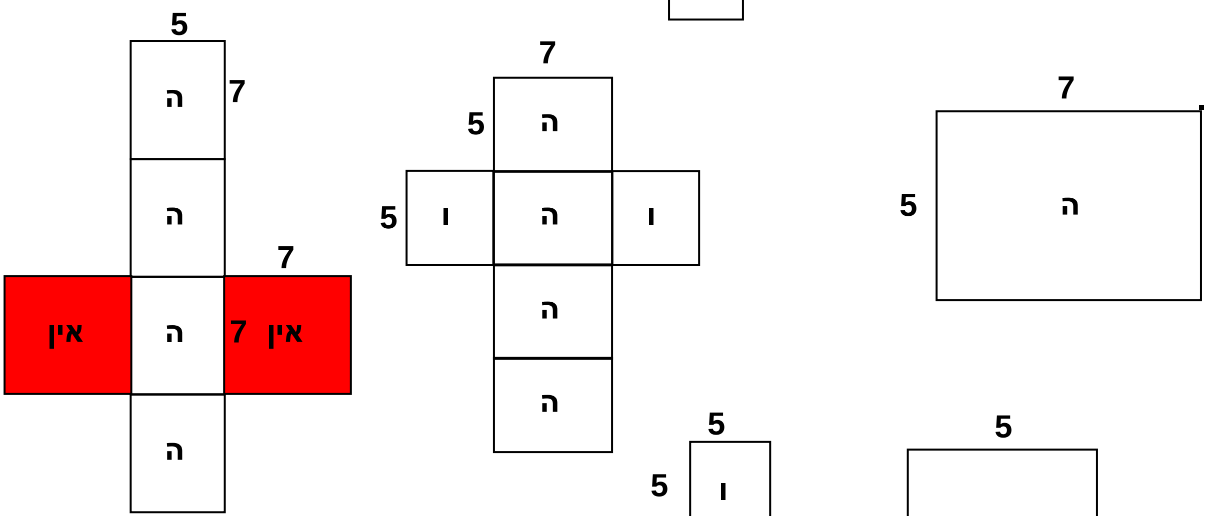




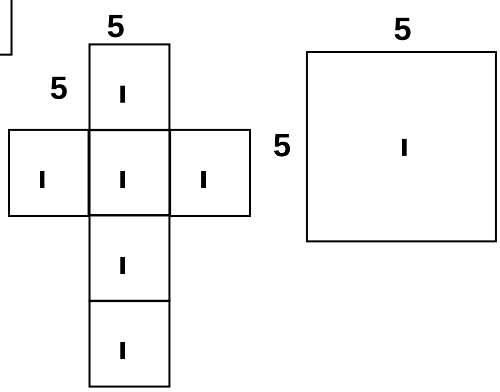
ד.



ה.

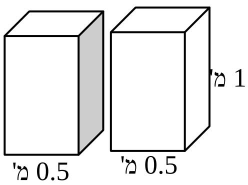


ו.



תרגיל 11 – עמ' 51

אם לוקחים קוביית עץ שמידת האורך שלה הוא 1 מ' צבועה באדום וחותכים אותה לשני גופים שווים ומתקבלות שתי תיבות שמידותיהן הן 1 מ' x 0.5 מ' x 0.5 מ', אשר בכל אחת מהתיבות ישנן חמש פאות צבועות באדום ופאה אחת שנשארה בצבע עץ טבעי.



תרגילים 12-13 – עמ' 51

ישנן דרכים שונות למנף בעיות "רגילות" ולהפכן לבעיות מאתגרות מתמטית ודורשות חשיבה. אחת מן הדרכים היא לפי העיקרון של "משפט הפוך". אנו נוטים, בדרך כלל, לשאול שאלות מן הסוג: "מצאו את שטח הפנים של קופסה (בצורת תיבה) שמידותיה הן...". בשאלות 12 ו-13 הפכנו את כיוון השאלה. אנו נותנים כנתון את שטח הפנים ודורשים מן התלמידים למצוא את מידות הצלעות האחרות של התיבה. השאלות מופיעות בהדרגה. בשאלה 12 נתונה מידת אחת הצלעות ויש לאתר את אורכי שתי הצלעות הנוספות. שאלה 13 קשה יותר כי יש בה יותר דרגות חופש ומכאן שיש יותר מתשובה אחת נכונה ויש למצוא דרך להוכיח שהתשובות שנמצאו הן כל התשובות האפשרויות. אתגר נוסף, מופיע בסעיפים העוקבים והוא לקבוע האם אפשרי ששטח פנים יהיה 188 סמ"ר או 95 סמ"ר.

תרגיל 12 - עמ' 51

ידוע כי שטח הפנים של תיבה הוא 122 סמ"ר ואורך אחת הצלעות היא 3 ס"מ. כמו כן, ידוע כי מידות התיבה הן בס"מ שלמים. יש להסב את תשומת לב התלמידים כי העובדה שאורכי הצלעות הם מספרים שלמים מצמצמת את טווח האפשרויות.

4 ס"מ, 7 ס"מ : $2(3x4+3x7+7x4)=122$

תרגיל 13 – עמ' 51

ידוע כי שטח הפנים של קופסה (בצורת תיבה) הוא 94 סמ"ר ושאורכי הצלעות שלה הם מספרים שלמים.

סעיפים א' – ב'

אפשר למצוא דוגמאות אחדות בעזרת ניסוי וטעייה.

אם רוצים למצוא את כל האפשרויות צריך לעבוד בדרך שיטתית.

הדרך המוצגת להלן מצמצמת את אפשרויות החיפוש.

תשובה מקוצרת כהסבר עבורכם המורים:

$$94 = 2 \cdot (a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c) \Rightarrow a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c = 47$$
$$a \le b \le c \Rightarrow a \cdot b \le a \cdot c \le b \cdot c \Rightarrow a \cdot b \le 15$$
$$a \cdot b \le 15 \Rightarrow (1,1,23),\ (1,2,15),\ (1,3,11),\ (1,5,7),\ (3,4,5)$$

פתרון במילים עבור התלמידים:

סכום שטחי כל הפאות 94 סמ"ר.

סכום שטחי 3 פאות (אחת מכל זוג פאות מקבילות) 47 סמ"ר.

אילו שטח הפאה הקטנה ביותר היה 16 סמ"ר או יותר, שטח כל 3 הפאות היה עולה על 48 סמ"ר.

לכן מספיק לבדוק תיבות שבהן שטח הפאה הקטנה ביותר הוא לכל היותר 15 סמ"ר, ואשר כל מידותיהן בס"מ שלמים.

נרשום את כל האפשרויות לצלעות a ו- b, צלעות הפאה בעלת השטח הקטן ביותר, ונחשב את c לפי הנוסחה $ab+ac+bc=47$. רק ערכי c שלמים מתאימים.

נזכור כי אין מגבלה על מספר הפאות הזהות או על מספר הפאות בעלות אותו השטח.

a	b	חישוב c	c	הערות
1	1	$1+c+c=47$	23	
1	2	$2+c+2c=47$	15	
1	3	$3+c+3c=47$	11	
1	4	$4+c+4c=47$		לא מתקבל ערך שלם ל- C
1	5	$5+c+5c=47$	7	
1	6	$6+c+6c=47$		לא מתקבל ערך שלם ל- c. הערך המתקבל עבור c קטן מ- 6 , ולכן אין טעם לבחון עוד פאות עם צלע באורך 1 ס"מ. (נזכור כי a ו- b צלעות הפאה בעלת השטח הקטן ביותר)
2	2	$4+2c+2c=47$		לא מתקבל ערך שלם ל- C
2	3	$6+2c+3c=47$		לא מתקבל ערך שלם ל- C
• • •	• • •			
3	4		5	

ממשיכים להגדיל את b עד אשר מתקבל $c<b$. ממשיכים בחיפוש על ידי הגדלת a.

סעיף ג'

ניתן למצוא תיבה שמתאימה לנפח הנתון. מידותיה בס"מ: 1x4x18.

דרך הפתרון האחרונה שהוצגה בסעיף קודם מסייעת לנו להסביר מדוע ניתן למצוא תיבה ששטח פניה הוא 188. מספר המקרים כאן מצומצם יותר.

נחלק 188 לשתיים ונקבל 94.

אפשר לבחון מקרים באופן שיטתי כמו קודם. כיוון שמדובר בשטח פנים גדול יותר, מספר האפשרויות שנצטרך לבדוק הוא הרבה יותר גדול.

להלן פתרון שמסתייע בפרוק לגורמים:

נבחר לבחון את המקרה של $a=1$.

נקבל: $b+c+bc=94$

לצורך פירוק לגורמים של אגף שמאל נוסיף 1 לשני האגפים ונקבל: $1+b+c+bc=95$

נפרק את אגף שמאל לגורמים ונקבל $(b+1)(c+1)=95$

כיוון שמדובר במספרים שלמים בלבד, מספר האפשרויות הינו מוגבל. ניתן להביע את 95 כמכפלת שני מספרים שלמים רק בשני אופנים: $1\cdot 95,\ 5\cdot 19$.

הפירוק $1\cdot 95=95$ נפסל כי $b+1=1 \Rightarrow b=0$. מהפירוק $5\cdot 19$ מקבלים פתרון אפשרי:

$b+1=5 \Rightarrow b=4$; $b+1=19 \Rightarrow b=18$ מכאן שגודל תיבה אפשרית הוא $(1,4,18)$

תהליכים דומים אפשר לבצע עם מידות אחרות של הצלע a.

כדאי להסב את תשומת לב התלמידים שאילו התנאי של מספרים שלמים לא היה מופיע, התשובה לשאלה הייתה שונה. ניתן לתת דוגמה לתיבה שאורכי צלעותיה אינם מספרים שלמים. למשל, $(1,1,46.5)$ נבדוק: $188=2(1\cdot 1+1\cdot 46.5+1\cdot 46.5)$

סעיף ד'

שטח הפנים חייב להיות כפולה של 2 , לא קיימת תיבה שאורכי צלעותיה הם מספרים שלמים ושטח פניה 95 סמ"ר. 95 הינו מספר אי זוגי ולכן זה בלתי אפשרי. גם כאן התשובה היתה שונה אילו לא היה התנאי שאורכי צלעות התיבה הם מספרים שלמים. ניתן לבחור דוגמה של תיבה ששטח פניה הוא 95 סמ"ר אך צלעותיה אינן מספרים שלמים.

תרגיל 14- עמ' 51

תרגיל 14 דורש מן התלמידים ראייה מרחבית וספירה שיטתית. אבי השתמש ב-20 קוביות. ניתן להתבונן על המבנה מלמעלה למטה בשורות ולבחון כמה קוביות תורמת כל שורה, כאשר ידוע לנו שבכל שורה יש את הקוביות החשופות לנו ועוד מספר הקוביות שהיו בשורה שמעליה. נדגים זאת על שורה שנייה: אנו רואים בשורה השנייה שתי קוביות, ובשורה שמעליה קובייה אחת המכסה קובייה בשורה שנייה. לכן, בשורה שנייה סה"כ 3 קוביות, וכך הלאה. מכאן נקבל: $20=(1+3+6+10)$

ניתן להוסיף שאלה לתלמידים מצטיינים, הרלוונטית לנושא הלימוד:

אבי רוצה להשלים את המבנה המתואר בציור לקובייה. האם זה אפשרי? ואם כן, כמה קוביות יצטרך להשלמת המבנה?

במקרה זה יש להבין מה גודל הפאה בקובייה. גודל הפאה 4x4 ולכן גודל הקובייה 4x4x4. לכן סה"כ הקוביות הנדרשות לבניית קובייה מגודל זה הוא נפח התיבה: 64 קוביות. יש לנו כבר 20 קוביות ולכן ידרשו עוד 44 קוביות נוספות.

נפח תיבה

פעילות 1 - עמ' 51

מטרת סעיפים א' וב' היא לקשר בין מספר הקוביות המרכיבות תיבה לבין נפחה. סעיף ג' יוצר אבחנה בין המושג הקודם שנלמד, שטח פנים, לבין המושג החדש, נפח.

תשובות: נפח התיבה ומספר הקוביות ששימשו לבנייתה הם מספר זהה, אלא כתשובה לסעיף א' נאמר 140 קוביות בעוד שבתשובה לסעיף ב' נציין יחידות 140 סמ"ק.

שטח הפנים של התיבה הוא 166 ס"מ.

מומלץ להסב את תשומת לב התלמידים לשימוש ביחידות מתאימות.

מטרת סעיף ד' היא להמחיש שאין חובה שהקוביות תהיינה מסודרת כתיבה או כקובייה. (צורה ברורה ומוגדרת) בכדי לחשב את נפח הגוף. הוצאת הקובייה והדבקתה במקום החדש שומרת במקרה זה על נפח זהה לנפח הקובייה המקורית. לכן התשובה גם כאן היא 140 סמ"ק.

עם זאת, ניתן להוסיף שאלה המתייחסת לשטח הפנים. שם התשובה הינה שונה:

אם הוציאו והדביקו קובייה מאחת הפינות והניחו אותה על גבי הקובייה הגדולה, כיצד השתנה שטח הפנים?

בשונה מן הנפח, שטח הפנים גדל:

הוצאת הקובייה הפינתית לא שינתה את הנפח. במקום 3 הפאות הגלויות של הקובייה שהוצאה, נחשפו 3 פאות שהיו קודם פנימיות. הדבקת הקובייה במקומה החדש מסתירה פאה אחת, ומוסיפה 5 פאות חדשות.

בסך הכל גדל שטח הפנים ב- 4 ס"מ.

פעילות 2 - עמ' 52

בשונה מפעילות 1, בפעילות זו התלמידים קודם מתנסים בחלוקת התיבה לקוביות, ורק אז מחשבים את הנפח.

פעילות 3 – עמ' 52

מטרת הפעילות היא להוביל את התלמידים אל המסקנה שכדי לחשב נפח תיבה עלינו לדעת את אורכי שלושת הצלעות הנפגשות בקדקוד אחד. במקרים שלא נתונים אורכים של צלעות שנפגשות בקודקוד אחד, ייתכן שנוכל להסיק חלק מן האורכים באמצעות הידע שלנו על תכונות התיבה והמלבן. לא כל שלושה נתונים מאפשרים לחשב נפח תיבה.

המקרים בהם ניתן לחשב את נפח התיבה הם:

א' – ישנם שלושה אורכי צלעות הנפגשים בקדקוד אחד – 2400 סמ"ק

ב' - כי ניתן להסיק מתכונות המלבן שאורך הצלע השלישית החסרה בנקודת מפגש הצלעות בקדקוד אחד, היא באורך 12 ס"מ. לכן ניתן לחשב את נפח התיבה: 1080 סמ"ק

ג' – לא ניתן לחשב את הנפח, למרות שאנו רואים שלושה נתונים. חסר לנו אורך צלע אחת של התיבה.

ד' – לא ניתן לחשב את נפח התיבה. למרות שאנו רואים 4 נתונים, חסר לנו נתון על אורכה של אחת מצלעות התיבה.

תרגילים 1-5 (עמ' 52) הינם תרגול של חישוב נפחים של תיבות. יש לשים לב ליחידות בהן נתונים אורכי הצלעות.

תרגיל 6 – עמ' 53

במטרה להפוך את תרגיל 6 למעניין יותר ניתן לבקש מהתלמידים להשוות בין נפחים של בקבוקי בושם שונים הבנויים משילובים של תיבה וקובייה.

למשל:

אם יש שני בקבוקי בושם הבנויים מתיבה גדולה וקובייה ושניהם יחד מלאים בבושם.

בקבוק ראשון בנוי מקובייה שאורך צלעה הוא 2.5 ס"מ ותיבה שאורך צלעותיה הן 3 ס"מ, 5 ס"מ, 4 ס"מ.

בקבוק שני בנוי מקובייה שאורך צלעה הוא 5 ס"מ ותיבה שאורך צלעותיה הן 6 ס"מ, 2 ס"מ, 4 ס"מ.

באיזה מן הבקבוקים יש יותר בושם?

מטרת **תרגיל 7** (עמ' 53) היא לרענן מושגים קודמים כמו היקף ריבוע, שטח ריבוע ולקשר אותו עם המושגים החדשים.

פעילות 4 – עמ' 53

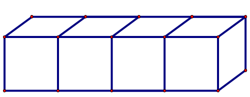
הפעילות ממחישה כי שימוש באותן קוביות לשני מבנים שונים של תיבות שומרת על אותו הנפח, אך שטח הפנים משתנה.

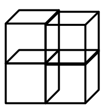
התשובות הן:

א. נפח התיבה במבנה הראשון 665.5 סמ"ק
ב. שטח הפנים של התיבה במבנה הראשון הוא 544.5 סמ"ר
ג. אפשרות הבנייה הנוספת מתוארת בסרטוט.

נפח התיבה המתקבל הוא זהה לסעיף א' - 665.5 סמ"ק

אך שטח הפנים המתקבל שונה - 484 סמ"ר





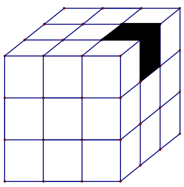
ניתן להוסיף שאלה:

האם ניתן, בעזרת ארבע הקוביות הנתונות לבנות קובייה? אם כן, קוביות באילו גדלים ובכמה קוביות תשתמשו בכל פעם?
ניתן לבנות קובייה מקובייה יחידה. לא ניתן לבנות קובייה מארבע, שלוש או שתי קוביות כי אין אפשרות ליצור פאות שצלעותיהן שוות.

פעילות 5 – עמ' 53
הדגש בפעילות זו הוא על יחידות המידה. יש להסב את תשומת לב התלמידים כי יחידות האורך חייבות להיות באותה היחידה בכדי לחשב נפח. על התלמידים להחליט לאיזו יחידת מידה הם עוברים ולחשב את נפח התיבה בהתאם.
נפח התיבה הוא 0.25 מ"ק או 250,000 סמ"ק.
1 מ"ק = 1,000,000 סמ"ק.

תרגילים 6-7 עמ' 54
תרגילים 6 ו-7 הם תרגילי חקירה המפתחים את הראייה המרחבית של התלמידים.
בתרגילים אלו עליהם לקשר בין מידות הקובייה הנתונה, נפחה ושטח הפנים.

תרגיל 6
ידוע שנפח הקובייה 27 סמ"ק מכאן על התלמידים להסיק כי כל פאה בנויה מריבוע שצלעו 3 ס"מ. התלמידים צריכים להבחין בין שטח הפנים הצבוע, לבין הקוביות הפנימיות שאינן צבועות.



מנתונים אלו יוכלו להסיק כי רק קובייה אחת איננה צבועה כלל.
עתה עליהם לאתר במבנה הקובייה הגדולה את הקוביות הקטנות בעלות שתי פאות צבועות בלבד (כמודגם בסרטוט) ולספור כמה מקרים כאלו ישנם – 12 קוביות.
באופן דומה התלמידים צריכים לזהות כי פינות הקובייה הן הקוביות היחידות עם שלוש פאות כחולות ולכן, ישנן 8 קוביות.
לא ייתכן מצב של קובייה שבה ארבע צלעות צבועות בכחול. חשוב לשאול את התלמידים מידי פעם גם שאלות שהתשובה עליהן, היא אף קובייה.

תרגיל 7:
כאמור, תרגיל 7 הינו דומה לתרגיל 6, אלא שמידותיו גדולות יותר ומכאן עולה מורכבותו.
אין חשיבות לסדר מילוי הטבלה ולכן מוצע כאן סדר אפשרי שעשוי לסייע לתלמידים.

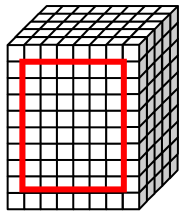
נפח התיבה הוא 400 סמ"ק.

א. מספר הקוביות שבהן בדיוק **שלוש פאות** אדומות הינו 8. גילנו בתרגיל קודם שאלו פינות הקובייה.

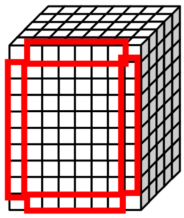
ב. מספר הקוביות שבהם בדיוק **פאה אחת** אדומה, הן כל הקוביות החיצוניות שאינן נמצאות על צלעות הקובייה (ראה המחשה בציור א'). למעשה זהו שטח הפנים של קובייה שכל אחת מצלעותיה קטנה בשתיים מהקובייה המקורית ולכן נקבל:

$(3\cdot6+6\cdot8+8\cdot3)2=180$

ציור א:



ציור ב:



ג. מספר הקוביות שבהן בדיוק **שתי פאות** אדומות הינו כל הקוביות שנמצאות על צלע הקובייה, למעט הפינות (ראה ציור ב'- הדגשה על פאה אחת). לכן נקבל את סכום כל אורכי הצלעות פחות שתיים, כפול ארבע פאות: $(8+6+3)4=68$

ד. מספר הקוביות שבהן אין **אף פאה** אדומה ניתן לחשב בשתי דרכים:

דרך א': ניתן לחבר את מספר כל סוגי הקוביות שמצאנו עד כה ולהחסיר מנפח התיבה:

$400-180-68-8=144$

דרך ב': למעשה, הקוביות הלא צבועות מרכיבות את הקובייה הפנימית שהיתה מתקבלת לו "קילפנו" את שכבת הקוביות הצבועות. בקוביה זו אורך כל צלע קטן ב- 2 ס"מ מאורך הצלע המתאימה בקוביה המקורית. מספר הקוביות שאינן צבועות הוא: $8\cdot6\cdot3=144$

גם פה נשאלות התשובה לחלק מהשאלות היא אפס.

מספר הפאות הצבועות באדום	0	1	2	3	4	5
מספר הקוביות המתאימות	144	180	68	8	0	0

ניתן להרחיב את החקירה ולשאול תלמידים שאלות נוספות מהסגנון הבא:

לרשותכם הקוביות הבונות את התיבה הנתונה ואינכם חייבים להשתמש בכולן.

א. אילו תיבות נוספות ניתן לבנות כך שהן תהיינה צבועות באדום? מה גודלן?

ב. אילו תיבות ניתן לבנות שלא יהיו צבועות כלל? מה גודלן?

אם הפעילות מתבצעת עם תלמידים מתקדמים, ניתן לבקש מהם להציע שאלות נוספות לחקירה.

תרגיל 8 – עמ' 55

שש תיבות.

תרגיל 9 – עמ' 55

דוגמא לתיבה וקובייה בעלות נפח זהה: תיבה שמידותיה: 4 ס"מ x 2 ס"מ x 8 ס"מ וקובייה שמידותיה 4 ס"מ x 4 ס"מ x 4 ס"מ. לשתיהן נפח של 16 סמ"ק.

מומלץ במידה ופותרים את התרגיל בכיתה, לערוך פעילות עוקבת בה התלמידים מתבקשים להביא כמה שיותר דוגמאות. הדוגמאות נרשמות על הלוח ובשלב ראשון נבדקות נכונותן. תלמידים עלולים להביא שתי תיבות במקום תיבה וקובייה או לטעות בחישוב. בשלב השני של הדיון בהנחה שהתלמידים חיפשו יותר מדוגמה אחת, ואולי מצאו דרך לייצר עוד ועוד דוגמאות, הדיון יכול לעסוק גם בדרך יצירת הדוגמאות וגם בתובנות העולות ממנה.

למשל, תלמידים בוודאי יבחינו שנוח יותר לבחור תחילה קובייה, לחשב את נפחה, ולחפש תיבות עם אותו נפח, מאשר לחשב נפח של תיבה ואחר כך לחפש קובייה עם אותו נפח.

הכיוון השני הוא פעמים רבות בלתי אפשרי במספרים שלמים.

תלמידים יבחינו שנפח של קובייה הוא תמיד חזקה שלישית של מספר כלשהו.

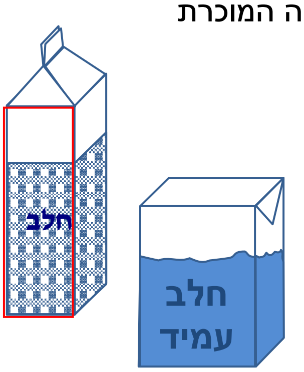
אם נצא מנפח של 27 סמ"ק – הקובייה תהיה בעלת צלע של 3 ס"מ והתיבה יכולה להיות 1 ס"מ x 3 ס"מ x 9 ס"מ, או 1 ס"מ x 1 ס"מ x 27 ס"מ.

יש לשער שחלק מהתלמידים יחשבו באופן ויזואלי: יצאו מקובייה כלשהי, ויחשבו איך ניתן לפרק אותה ולהרכיבה מחדש כתיבה.

הבנת העיקרון מאפשרת גם למצוא דוגמאות במספרים שאינם שלמים, לדוגמה, ניקח את המקרה הקודם: 27 סמ"ק – הקובייה תהיה בעלת צלע של 3 ס"מ וממדי התיבה יכולים להיות, למשל, 0.5 ס"מ x 6 ס"מ x 9 ס"מ.

פעילות 6 – עמ' 55

מטרת פעילות זו היא לקשר לתלמידים בין נפח תיבה לבין מדידת נוזלים. הדוגמה המוכרת להם ביותר מחיי היום יום היא קרטוני החלב.



לשיעור זה מומלץ להביא קרטון חלב עמיד, אשר צורתו כתיבה וקרטון חלב רגיל ולתת לתלמידים למדוד את מידות צורת התיבה של כל אחד מן הקרטונים ולחשב את הנפח.

(ניתן לתת את המדידות של הקרטונים כמשימת בית ואף להרחיב את הפעילות לקרטונים של חצי ליטר או שני ליטר ואת הדיון לערוך בכיתה בהתאם לממצאים שהובאו על ידי התלמידים).

יש להסב את תשומת ליבם כי קרטון החלב הרגיל לא מכיל חלב בחלקו העליון ולכן מותר למדוד רק את ממדי התיבה, ללא חלקה העליון.

<u>המדידות המתקבלות הן:</u>

עבור קרטון **חלב עמיד 1 ליטר**, נקבל את המידות הבאות: 16.5 ס"מ , 6 ס"מ, 9.7 ס"מ ולכן סה"כ 960 סמ"ק.

עבור **קרטון חלב רגיל 1 ליטר**, נקבל את המידות הבאות: 19.5 ס"מ, 7 ס"מ, 7 ס"מ ולכן סה"כ 955 סמ"ק.

נוכל לשוחח עם התלמידים מדוע נוצר פער זה ולדון בדיוק המדידות.

תרגיל 1 – עמ' 55

בתרגיל זה יש להסב את תשומת לב התלמידים ליחידות המידה.

סעיף א' - כמות המים הדרושה למילוי הבריכה היא 400000 סמ"ק או 400 ליטר. אם נחלק 400 ליטר ב-8 ליטר, נקבל כי נדרשים 50 דליים למילוי הבריכה.

בסעיף ב' על התלמידים לחשב את הנפח שהקובייה תופסת ולגלות שנפחה הוא 64000 סמ"ק. את נפח התיבה יש להפחית מכמות המים הכללית ולקבל 336000 סמ"ק או 336 ליטר. נחלק ב- 8 ליטר כדי לקבל את מספר הדליים ונקבל את התשובה 42 דליים.

תרגיל 3 – עמ' 56

תרגיל זה מיועד לתלמידים מתקדמים והוא תרגיל מפתיע. התרגיל דורש מעבר בין יחידות מידה וכן הבנה של תיאור הבריכה המתקבלת.

ליטר אחד שווה לנפח קובייה בעלת צלע 10 ס"מ, כלומר, 1000 ליטרים – 1 מ"ק.

מיליון ליטרים הינם 1000 מ"ק. שטח בסיס הבריכה שווה ל-10000 מ"ר,

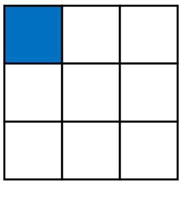
לכן גובה מים בבריכה שווה ל-0.1 מ' או 10 ס"מ.

התשובה היא שלא ניתן לשחות בבריכה שעומקה 10 ס"מ.

פעילות 7 – עמ' 56

בפעילות זו מזכירים את הקשר בין הגדלת צלע ריבוע לבין השינויים בשטחו וקושרים לשינוי צלע קובייה והשינוי שחל בעקבות זאת בנפחה ובשטח הפניה.

א. הגדלת צלע הריבוע פי 8 מגדילה את שטחו פי 64 (8^2). ההסבר מצוי בחישוב שטח הריבוע: a^2.



בשרטוט מודגמת הגדלת כל צלע פי 3. בריבוע החדש ניתן לרצף את הריבוע המקורי ב- 3 שורות כשבכל אחת מהן 3 ריבועים מקוריים.

ב. הגדלת צלע הקובייה פי 8 מגדילה את נפח הקובייה פי 512 (8^3). ההסבר מצוי בחישוב נפח קובייה: a^3 . אפשר לתאר את הקובייה החדשה כבנויה מ- 3 שכבות שבכל אחת מהן 3×3 קוביות מקוריות.

ג. הגדלת צלע הקובייה פי 8 מגדילה את שטח פניה פי 64 (8^2). ההסבר מצוי בחישוב שטח פנים של קובייה: $6a^2$.

פעילות 8 – עמ' 56

בפעילות 8 ובתרגילים 1 ו-2 אנו עוקבים אחר שינוי שחל בנפח ובשטח פנים של קובייה או תיבה כתוצאה מהסרת קוביות מן הגופים.

התשובה לסעיף ב' היא מפתיעה. למרות השינוי בנפח, שטח הפנים לא משתנה כתוצאה מהסרת הקוביות הפינתיות. כדי שהתלמידים אכן יחוו את ההפתעה, חשוב לבקש מהם לשער תחילה מה יקרה לנפח ומה יקרה לשטח הפנים כתוצאה מהסרת הקוביות.

א. נפח הקובייה המקורית היה 27 סמ"ק. הסרת שתי קוביות משנה את נפח הקובייה ל- 25 סמ"ק.

ב. צביעת הקובייה מבחוץ, זהה לשאלה מהו שטח הפנים של הגוף החדש שקיבלנו. למעשה, כיוון שהוסרו קוביות מפינות הקובייה, לא שינינו את שטח הפנים של הקובייה. במקום 3 הפאות החשופות של כל קובייה פינתית שהוסרה, נחשפו 3 פאות של הקוביות הסמוכות לה. שטח הפנים נותר זהה לשטח הפנים של הקובייה השלמה והוא: 54 סמ"ר $(6\cdot3^2)$.

תרגיל 1 – עמ' 56

בתרגיל זה התלמידים מתרגלים ראייה מרחבית, כיוון שלא מצוין מפורשות כמה קוביות הוסרו מן התיבה השלמה. נפח התיבה הוא 18 סמ"ק

א. הנפח של הגוף החדש הינו 15 סמ"ק כי הוסרו שלוש קוביות.

ב. שטח הפנים של התיבה המקורית הינו 42 סמ"ר $42 = (3\cdot3 + 2\cdot3 + 2\cdot3)2$.

ההבדל בין שטח הפנים של התיבה לגוף החדש שהתקבל הוא שתי פאות חסרות שהיו בפינות התיבות ועתה במקום 3 פאות בכל פינה יש רק שתי פאות. לכן נחסיר 2 פאות ונקבל 40 סמ"ר.

תרגיל 2 – עמ' 56

המעניין בתרגיל זה הינו השינוי שחל לאחר הוצאת הקוביות הקטנות. אם עד כה שטח הפנים נותר זהה או קטן, במקרה זה שטח הפנים גדל. לכן, אם שטח הפנים המקורי של הקובייה היה 54 סמ"ר, נראה כי נוספו 4 פאות במקום בו הוצאה הקובייה הקטנה ממרכז הפאה ונוספו עוד 2 פאות מהוצאת הקובייה הקטנה הניצבת על צלע הקובייה הגדולה. סה"כ נוספו 6 פאות ולכן, שטח הפנים הוא 60 סמ"ר.

גם הפעם, במידה ופתרון התרגיל מתבצע בכיתה, מומלץ, לפני החישוב, לבקש מן התלמידים לשער: האם שטח הפנים יישאר זהה לזה של הקובייה, יגדל או יקטן?

תרגיל 3 – עמ' 57

תכנון קופסת שוקולדים, כך שלא חותכים אותם, הינה זהה לשאלה של פירוק המספר 36 לשלושה גורמים:

1x1x36 ; 1x2x18 ; 1x3x12 ; 1x4x9 ; 1x6x6 ; 2x2x9 ; 2x3x6 ; 3x3x4 ;

תרגיל 4 – עמ' 57

30 גרם.

שטח הפנים של הקובייה המקורית 150 סמ"ר (6x5x5=150).

לאחר החיתוך יש לאורך 125 קוביות קטנות, אשר שטח הפנים של כל אחת מהן 6 סמ"ר, ובסך הכל 750 סמ"ר לצביעה. כיוון שהשטח שעל אורן לצבוע גדל פי 5 הוא זקוק עכשיו ל-30 גרם צבע.

ואפשר גם אחרת...

בקובייה יש 6 פאות, לכן לצביעה של פאה אחת דרוש 1 גרם צבע. חיתוך הקובייה הגדולה לקוביות קטנות נעשה ע"י 4 חיתוכים בכל "כיוון" (במקביל לפאות) – סה"כ 3 כיוונים. כל חיתוך מוסיף **שתי** פאות לצביעה. לכן נוספו עוד 24 פאות (מקוריות) לצביעה. מספר הפאות לצביעה הוא עכשיו 30, ומכאן שהשטח לצביעה גדל פי 5.

תרגיל 5 – עמ' 57

רק קובייה אחת צבועה בצבע צהוב, כי רק קובייה אחת היא קובייה פנימית במקרה של קובייה שאורך צלעה הוא 3 יחידות אורך.

תרגיל 6 – עמ' 57

א. צורת הפינות הגזורות היא ריבועים.

אורך צלע הריבוע הגזור (בס"מ)	1	1.5	2	2.5	3	3.5
נפח הקופסה (בסמ"ק)	40	40.5	32	17.5	לא ייתכן	לא ייתכן

הערה: אפשר לחדד את ההבדל בין שני המקרים האחרונים.

אם חותכים בפינות ריבועים שאורך צלעם 3 ס"מ, לא נשאר מה לקפל, ולכן לא נוצרת תיבה.

אי אפשר לחתוך בפינות ריבועים שצלעם גדולה מ- 3 ס"מ.