

מדריך למורה "פונקציה קווית" – כיתה ז' - ספר ב' – עמודים 197 - 206

הלימוד של הנושא "פונקציה קווית" פרוש על פני כיתות ז ו-ח על פי עקרון הלמידה הספירלית שמודגש בתכנית הלימודים. הנושא מופיע בספרי "אפשר גם אחרת" לכיתות ז ו-ח (בתיאום עם תכנית הלימודים) שלוש פעמים.

בפעם הראשונה מופיע המונח "פונקציה קווית" עם הנושא "גרפים של פונקציות שמשתנות בקצב קבוע או בקצב לא קבוע", בעמ' 191 – 196 בספר הנוכחי ("אפשר גם אחרת", כיתה ז', חלק ב). שם לומדים שהגרף של פונקציה שמשתנה באופן קבוע הוא קו ישר, וכמו כן, כל פונקציה שהגרף שלה הוא קו ישר משתנה בקצב קבוע. בהקשר הזה מופיעה בעמ' 192 ההגדרה:

פונקציה שהגרף שלה הוא קו ישר נקראת פונקציה קווית.

עד כאן אודות הקשר בין השתנות של פונקציה בקצב קבוע, לבין צורת הגרף שלה: הקו הישר.

בפעם השנייה עוסקים בפונקציה קווית בפרק "פונקציה קווית" שלפנינו ("פונקציה קווית" – כיתה ז' - ספר ב' – עמודים 197 – 208). מה מוסיפים לנושא בפרק זה? בנוסף על החזרה על ההגדרה של פונקציה קווית עוסקים כאן במספר תכונות נוספות של הפונקציה הקווית. את רשימת התכונות הנוספות שבהן עוסקים כאן אפשר למצוא ב"עיקרי הדברים" שבסוף הפרק (עמ' 203):

עיקרי הדברים

- **פונקציה קווית** היא פונקציה שהגרף שלה הוא קו ישר.
- המבנה האלגברי של משוואה של פונקציה קווית הוא:
$$y = \boxed{\text{מקדם}} \cdot x + \boxed{\text{מספר חופשי}}$$
- לפעמים צריך לפשט את המשוואה של הפונקציה כדי להביא אותה למבנה האלגברי של פונקציה קווית.
- פונקציות קוויות מיוחדות:
 - ❖ פונקציות שבמשוואה שלהן המקדם של x הוא 0. הגרף של פונקציות אלו הוא קו ישר אופקי. פונקציה כזו נקראת **פונקציה קבועה**.
 - ❖ פונקציות שבמשוואה שלהן המספר החופשי הוא 0. הגרף של פונקציות אלו עובר דרך ראשית הצירים.

את כל התכונות האלה של פונקציה קווית ילמדו בפרק הנוכחי בעזרת כל הייצוגים שלמדו עד עתה: ייצוג מספרי (נומרי), ייצוג מילולי, ייצוג גרפי וייצוג אלגברי.

הייצוג האלגברי הוא בצורה: $y = \boxed{\text{מקדם}} \cdot x + \boxed{\text{מספר חופשי}}$

אין עוסקים כאן עדיין בכיתה z בפרמטרים a ו-b ובתפקידיהם.

הפעם השלישית שבו יעסקו בפונקציה קווית תהיה בכיתה ח. שם יעסקו בעיקר בשיפוע של פונקציה קווית, במשוואה $y=ax+b$, בפרמטרים a ו-b ותפקידיהם, ובמשפחות של פונקציות קוויות. מאוד מומלץ לא להקדים את המאוחר ולא לעסוק בפרמטרים בפרק הנוכחי.

פעילות 1 – עמוד 197

פעילות זו הינה תזכורת לנושאים שנלמדו קודם, כמו: מהי פונקציה (סעיף א), ייצוג טבלת ערכים במערכת צירים קרטזית (סעיף ב), הקו הישר שעובר דרך כל הנקודות שבטבלה (סעיפים ג ו-ד), ועל הרקע הירוק: הקשר בין הפתרונות של המשוואה $y=2x+5$ לבין הנקודות של הגרף, קשר שנבדק בעזרת הצבה במשוואה וקבלת שוויון בין שני האגפים.

התלמידים עוסקים בקשר שבין טבלת הערכים, הגרף והמשוואה:

אם כשמציבים את השיעורים של נקודה במשוואה מקבלים שוויון בין האגפים, סימן שהזוג הסדור של הנקודה שייך לטבלת הערכים של הפונקציה, והנקודה נמצאת על הקו הישר.

לפונקציה שהגרף שלה הוא קו ישר קוראים פונקציה קווית.

בפרק זה נלמד על פונקציות קוויות ועל המשוואות שלהן: כולן דומות למשוואה $y=2x+5$.

בספר יש טעות במספור הפעילויות שבפרק: הפעילות השנייה, המתחילה בתחתית עמ' 197 ממספרת שוב כפעילות 1.

פעילות 1 שבתחתית עמ' 197, ופעילות 2 שבעמוד 198

בפעילויות אילו עוסקים במבנה של משוואה מהסוג של $y=2x+5$, במושגים "המספר החופשי" ו-"המקדם של x", ובעובדה שבמשוואות כאלה x חייב להיות ממעלה ראשונה (ולכן המשוואה $y=5x^2+10$, שבתחתית עמ' 197, איננה מתאימה).

בראש עמוד 198 גם חוזרים על העובדה שאפשר להציג כל פעולת החיסור כחיבור של המספר הנגדי. ולכן גם משוואות עם חיסור, כמו $y=2x-3$, שייכות לסוג זה של משוואות, כי אפשר לכתוב אותה $y=2x+(-3)$.

שימו לב למבנה של פעילות 1 (שמתחילה בתחתית עמ' 197 ונמשכת בראש עמ' 198):

ראשית עוסקים התלמידים בבנייה: הם מתבקשים להמציא בעצמם משוואות מתאימות על פי האילוצים שבתרגיל (סעיפים א ו-ב);

רק אחר-כך התלמידים מתבקשים לזהות מי מאוסף משוואות נתונות מתאימות לאילוצים הנ"ל (סעיף ג)

לבסוף, לאחר פעילויות הבנייה והזיהוי מופיע הדיון במקרים המיוחדים וההסברים המילוליים בעל-פה או בכתב (סעיף ד).

בדיון שבסוף פעילות 2 (סעיף ד) רצוי להגיע למסקנה שכל הפונקציות שהתקבלו, כאשר שינו במשוואה $y=2x+5$ את המקדם של x או את המספר החופשי או את שניהם, היו פונקציות של קו ישר – פונקציה קווית.

ומכאן הסיכום, כפי שהוא מופיע בספר, בסוף עמ' 198:

המבנה האלגברי של משוואות שמייצגות פונקציות קוויות.

בדקנו משוואות דומות בצורתן האלגברית:
 בכולן באגף שמאל y , באגף ימין מקדם שכופל את x ,
 מספר חופשי ופעולת חיבור ביניהם. אם במשוואה יש חיסור במקום חיבור, אפשר לכתוב אותה כחיבור מספר נגדי.
 כל המשוואות מהסוג הזה שבדקנו ייצגו פונקציות קוויות. בעתיד נלמד להוכיח שתכונה זו נכונה תמיד.
 כל משוואה מהסוג הזה מייצגת פונקציה קווית, ולכל פונקציה קווית יש משוואה כזו.

תרגילים עמוד 199

1. בסעיף ג, המשוואה $y = 2x^3 + 5$ איננה מייצגת פונקציה קווית.

2. א. $y = 4x + 3$; ב. $y = 2x - 10$; ג. $y = -5x - 2$.

3. הנה התשובות מרוכזות בטבלה, לנוחיות המורה.
 התלמידים לא התבקשו לבנות טבלה כזו, ויכולים לרשום את תשובותיהם סעיף סעיף.

סעיף	משוואה	מקדם	איבר חופשי
א	$y=10x+20$	10	20
ב	$y=-3x+8$	-3	8
ג	$y=\frac{2}{3}x-5$	$\frac{2}{3}$	-5
ד	$y=x-1$	1	-1
ה	$y=-x+3$	-1	3
ו	$y=-x+30$	-1	30
ז	$y=1+10x$	10	1
ח	$y=8-2x$	-2	8

4. רק המשוואות א, ג, ד, ז ו-ח מייצגות פונקציות קוויות, כי רק להן יש את המבנה האלגברי

הדרוש:

$$y = \boxed{\text{מקדם}} \cdot x + \boxed{\text{מספר חופשי}}$$

פעילות 3 – עמוד 199: סרטוט גרף של פונקציה קווית על פי שתי נקודות

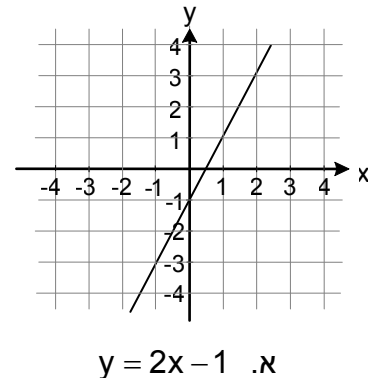
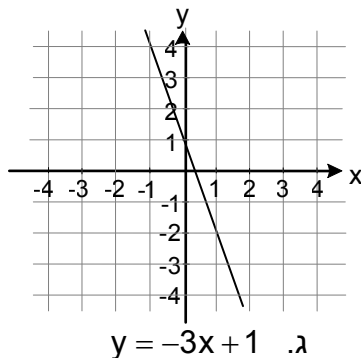
בפעילות זו מסתמכים על האקסיומה המוכרת: "דרך כל שתי נקודות עובר ישר אחד ורק אחד". בעת הדיון בפעילות זו, וגם בהמשך, עולה הצורך להשתמש בניסוח "זוג סדור מקיים את משוואת הפונקציה". כשאומרים שזוג סדור מקיים את משוואת הפונקציה, מתכוונים שאם מציבים את שיעורי הזוג הסדור במשוואה מקבלים שוויון בין שני האגפים (ראו בעמ' 199).

כשאומרים שזוג סדור מקיים את משוואת הפונקציה, מתכוונים שאם מציבים אותו במשוואה מקבלים שוויון בין שני האגפים

מבחינה מתמטית טהורה מספיק למצוא שני זוגות סדורים שמקיימים את המשוואה, לסמן במערכת הצירים את הנקודות שלהם, ולהעביר קו ישר ביניהן. אולם, מפאת אי הדיוק של היד ומכשירי הסרטוט רצוי למצוא זוג סדור שלישי שמקיים את המשוואה, לסמן גם את הנקודה שלו, ולוודא שהקו שסרטטנו עובר גם דרכה. אם זה לא קורה, סימן שיש לשפר את הסרטוט.

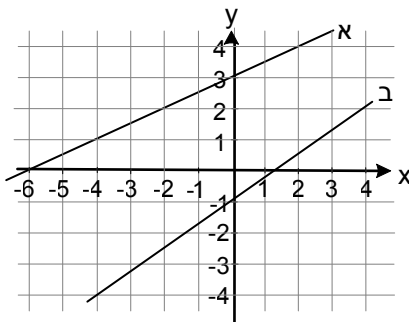
תרגיל 5 – עמוד 200:

רק המשוואות א ו- ג מייצגות פונקציות קוויות. הנה הגרפים שלהן:



תרגיל 6 – עמוד 200:

כאן לומדים לחפש ולחשב שני זוגות סדורים שמקיימים את המשוואה וקל לחשב אותם, כמו בדוגמה הפתורה שבין תרגיל 5 ותרגיל 6 (על רקע ירוק). נקודות שקל לחשב אותן הן לעיתים נקודות עם שיעור x או שיעור y אפס.
בפונקציה של סעיף א אלו הזוגות הסדורים $(-6, 0)$; $(0, 3)$
בפונקציה של סעיף ב אלו הזוגות הסדורים $(\frac{4}{3}, 0)$; $(0, -1)$



פונקציות קוויות מיוחדות

ממשיכים לעסוק בפונקציות שמשתנות בקצב קבוע, ומוודאים שכל הפונקציות שמשתנות בקצב קבוע הן פונקציות קוויות. וגם ההיפך הוא נכון: כל פונקציה קווית משתנה בקצב קבוע. כמו כן דנים כאן במקרה המיוחד של פונקציות קבועות, ובמשפחות של פונקציות העוברות דרך ראשית הצירים.

פעילות 4 – עמוד 200:

בפעילות זו עוסקים בפונקציות קבועות. המטרה היא שהתלמידים יראו בהן פונקציות שמשתנות בקצב קבוע. קצב השינוי הקבוע שלהן הוא מסוג מיוחד: השינוי הקבוע הוא 0. הסיווג של פונקציה **שאיננה משתנה** כפונקציה **בעלת קצב שינוי קבוע 0**, הוא אנטי-אינטואיטיבי. אם אין שינוי, נראה משונה לומר שיש שינוי קבוע. לכן זוכה הסוג הזה לטיפול מיוחד. מומלץ לדון בקושי הזה במפורש בכיתה.

קושי נוסף מהווה המבנה האלגברי של פונקציות קבועות.

למעשה הצורה של פונקציה קבועה היא: $y = \boxed{\text{מספר חופשי}}$

כדי שהמשוואות של הפונקציות הקבועות תיראינה כמו המשוואות של כל שאר הפונקציות הקוויות,

צריך להוסיף להן באופן מלאכותי את הביטוי $0 \cdot x$: $y = \boxed{0} \cdot x + \boxed{\text{מספר חופשי}}$

קשה לקבל את המניפולציה האלגברית הזו, והיא עלולה להיות פורמאלית מדי לחלק מן התלמידים. על כל פנים זהו הסיכום המופיע בספר:

משוואות שצורתן $y = \boxed{\text{מספר חופשי}}$ מייצגות פונקציה קווית. הקו שלהן הוא אופקי (מקביל לציר x ומאונך לציר y). לכל x מתאים אותו מספר - המספר החופשי. לכן קוראים לפונקציה כזו **פונקציה קבועה**.

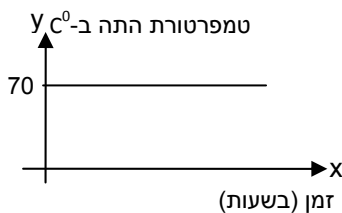
שימו לב שעדיין אין משתמשים כאן בפרמטרים המקובלים a ו-b. רמת ההפשטה הנדרשת כאן היא מספיק קשה. בפרמטרים a ו-b נעסוק בכיתה ח.

תרגיל 7 – עמוד 201:

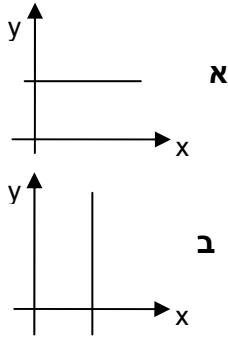
גם כאן זהו תרגול חוזר של פעילות שנערכה בפרק של פונקציה עולה / יורדת / קבועה.

זוהי תזכורת לגרף המייצג פונקציה קבועה, שהיא פונקציה המשתנה בקצב קבוע 0. המשוואה של הפונקציה כאן היא

$$y = 70$$



פעילות 5 – עמוד 210:



בפעילות זו מחדדים את הגדרת הפונקציה.

לא כל קו ישר מייצג פונקציה קבועה, רק קו המקביל לציר ה-x.

כמו כן, כדאי להיזכר בהגדרת הפונקציה – לכל שיעור x יש שיעור y אחד ויחיד.

לעומת זאת גרף ב הוא קו ישר שאיננו עומד בהגדרת הפונקציה,

ולכן, איננו מייצג פונקציה.

פעילות 6 – עמוד 210:

בפעילות זו דנים במשפחת הפונקציות הקוויות העוברות דרך ראשית הצירים, הנקודה (0,0).

אלו הן פונקציות שהביטוי האלגברי שלהן מייצג למעשה יחס ישר בין שיעורי x לשיעורי y.

הפונקציה משתנה בקצב קבוע, המספר החופשי הוא 0, והייצוג האלגברי

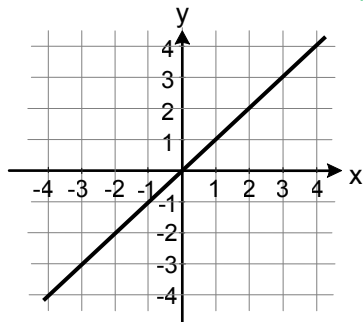
$$y = \boxed{\text{מקדם}} \cdot x \quad \text{הוא משוואה מהצורה}$$

תרגיל 9 – עמוד 202:

ההסבר צריך להתבסס על הידיעה שרק משוואה מהצורה $y = \boxed{\text{מקדם}} \cdot x + \boxed{\text{מספר חופשי}}$

מייצגת פונקציה שמשתנה בקצב קבוע, וכל משוואה שאיננה מהסוג הזה, גם אם היא מייצגת פונקציה, הפונקציה שהיא מייצגת תשתנה בקצב לא קבוע.

שימו לב: בסעיף ב' נפלה טעות: "...הציעו דרכים שונות להסביר מדוע הפונקציות שכתבתם **בתרגיל 8** משתנות בקצב קבוע או בלתי-קבוע" ... צריך להיות **בתרגיל זה (תרגיל 9)**.



תרגיל 10 – עמוד 202:

א. המשוואה $y = x$ מייצגת פונקציה

ב. המקדם של x במשוואה הוא 1. המספר החופשי הוא 0.

ד. המיוחד בזוגות הסדורים של הפונקציה הזו – ערך x שווה לערך y

ה. הגרף של המשוואה הוא קו ישר העובר דרך ראשית הצירים.

משוואות של פונקציות קוויות שנראות קצת אחרת – עמוד 202

בסעיף זה עורכים חזרה עם התלמידים על פישוט ביטויים אלגבריים.

התלמידים מקבלים ביטויים אלגבריים שאינם מכונסים, עליהם להביא אותם לביטוי אלגברי מפושט,

ולבדוק אם הוא מהסוג המייצג פונקציה קווית:

$$y = \boxed{\text{מקדם}} \cdot x + \boxed{\text{מספר חופשי}}$$

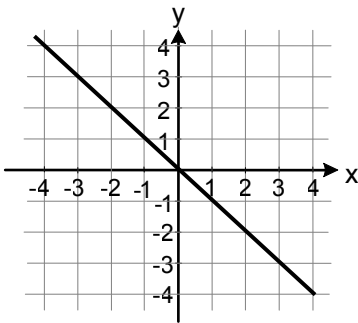
פעילות 7 – עמוד 203:

הפישוט נותן:

א. $y = 12 - 5x + x = -4x + 12$ ב. $y = 3(4x-1) = 12x - 3$ ג. $y = x^2 + x - x + 1 = x^2 + 1$

ד. $y = \frac{4x^3}{2} - 2x^3 + x = x$ ה. $y = \frac{5x+7}{5} = x + 1\frac{2}{5}$ ו. $y = 5 \cdot \frac{1}{x} + 3 = \frac{5}{x} + 3$

לכן רק המשוואות א, ב, ד, ה, ו-ו מייצגות פונקציות קוויות.



תרגיל 11 – עמוד 203:

הנושא: הפונקציה שהמשוואה שלה היא $y = -x$.

א. המקדם של x במשוואה הוא -1.

ב. המספר החופשי הוא 0.

ה. בכל הזוגות הסדורים של הנקודות ששייכות לפונקציה הזו

שיעור ה- x ושיעור ה- y הם מספרים נגדיים זה לזה.

ו. הגרף של המשוואה - קו ישר מהרביע ה-II לרביע ה-IV, שעובר דרך

ראשית הצירים (0,0), ומחלק את המישור לשני חלקים סימטריים.

הקו הוא גם שיקוף של הגרף $y = x$ (שיקוף שבו כל אחד מהצירים יכול לשמש כציר השיקוף).

אתנחתא – עמוד 203

ממיכל שיש בו 120 ליטר שמן זית ניתן למלא 160 בקבוקים של $\frac{3}{4}$ ליטר (750 סמ"ק). אפשר לפתור

בעזרת תרגיל החילוק: $120 : \frac{3}{4} = 120 \cdot \frac{4}{3} = 160$ ואפשר גם בדרכים אחרות.

תרגיל 12 – עמוד 204:

התשובות לסעיפים השונים בתרגיל זה נתונות

כאן בטבלה, אבל הטבלה איננה הכרחית, אפשר

גם לכתוב תשובה נפרדת לכל סעיף.

איבר חופשי	מקדם	משוואה	סעיף
-10	-5	$y = -5x - 10$	א
0.5	10	$y = -10x + 0.5$	ב
$-\frac{2}{3}$	5	$y = 5x - \frac{2}{3}$	ג
-1	1	$y = x - 1$	ד
3	-1	$y = -x + 3$	ה
30	-1	$y = -x + 30$	ו
-1	5	$y = 5x - 1$	ז
0.5	-2	$y = -2x + 0.5$	ח
8	0	$y = 8$	ט
0	3	$y = 3x$	י
0	-5	$y = -5x$	יא

תרגיל 13 – עמוד 204:

המשוואות של הפונקציות הקוויות:

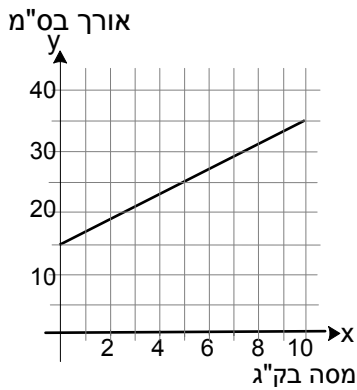
- א. $y = 4x + 3$ ב. $y = 2x - 10$ ג. $y = -5x - 2$ ד. $y = 0x + 3$ או $y = 3$
 ה. $y = -5x + 0$ או $y = -5x$ ו. $y = 0x + 0$ או $y = 0$

תרגיל 15 – עמוד 204:

- א. גרף ד' איננו מייצג פונקציה. בכל הגרפים האחרים – לכל ערך x מתאים ערך y אחד ויחיד, ולכן כל אחד מהם מייצג פונקציה.
 ב. גרף ב', גרף ג' וגרף ה' מייצגים פונקציות עם קצב שינוי קבוע. רואים זאת בגרף, שהוא קו ישר.

תרגיל 16 – עמוד 205:

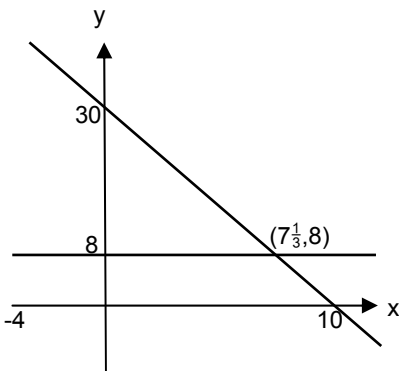
- א. המשוואה המתארת פונקציה זו היא $y = 2x + 15$
 ב. הנתונים החסרים בטבלה:



X מסה (ק"ג)	0	1	2	3	4	5	6.6	10
y אורך (ס"מ)	15	17	19	21	23	25	28.2	35

- ג. הנה הגרף:
 ד. הפונקציה משתנה בקצב קבוע - הגרף הוא קו ישר, ובטבלה, לשינויים קבועים ב-X מתאימים שינויים קבועים ב-y.

תרגיל 17 – עמוד 205:



- א. להלן הסרטוט המתאים:
 ב. כך מוצאים את נקודת החיתוך של שני הגרפים: שיעור ה-y הוא 8 כי הנקודה נמצאת על הישר $y = 8$. מוצאים את שיעור ה-x על ידי פתרון המשוואה $-3x + 30 = 8$ מקבלים $7 \frac{1}{3} = x$. הזוג הסדור של נקודת החיתוך הוא $(7 \frac{1}{3}, 8)$.
 ג. שטח הטרפז.

לטרפז יש שתי צלעות מקבילות הנקראות **בסיסים**. המרחק ביניהן הוא **גובה הטרפז**.
 נוסחת שטח הטרפז: (סכום אורכי הבסיסים) \cdot (אורך הגובה של הטרפז) $\cdot \frac{1}{2}$
 בטרפז שלפנינו: $69 \frac{1}{3} = \frac{208}{3} = \frac{416}{6} = \frac{(7 \frac{1}{3} + 10) \cdot 8}{2}$ (הכוונה ל- $69 \frac{1}{3}$ יחידות שטח).

אפשר גם אחרת: אפשר לחשב את שטח הטרפז גם ללא הנוסחה. אפשר לחלק את הטרפז למלבן ומשולש ישר זווית. מכיוון שמידותיהם נתונות, אפשר לחשב לחוד את שטח המלבן ואת שטח המשולש, ולחבר את השטחים כדי לקבל את שטח הטרפז כולו.

סעיף	משוואה מפורשת	המקדם של x	האיבר החופשי
א	$y = 13x - 5$	13	-5
ב	$y = -60x + 30$	-60	30
ג	$y = x^3 + 1$	לא קווית	
ד	$y = x$	1	0
ה	$y = \frac{7}{6}$	0	$\frac{7}{6}$
ו	$y = 5$	0	5

תרגיל 18 – עמוד 205:

גם כאן אין הכרח לתת את התשובות בטבלה.

תרגיל 20 – עמוד 206:

מידת טמפרטורה $F = 1.8C + 32$ (C-צלסיוס, F פרנהייט).

א. זוהי פונקציה קווית – המשוואה שלה היא בצורה $F = \boxed{\text{מקדם}} \cdot C + \boxed{\text{מספר חופשי}}$

ב. הפונקציה משתנה בקצב קבוע – על פי הגרף, שאמרנו שהוא קו ישר (בגלל המשוואה), ועל פי הטבלה: למרווחים קבועים ב-C מתאימים מרווחים קבועים ב-F.

תרגיל 21 – עמוד 206:

א. פונקציה אחת שמתוארת בסיפור הזה היא: "אייל שוחה 37.5 מ' בכל דקה". כאן **המרחק** שאייל שוחה מוצג כפונקציה של מספר הדקות שהוא שוחה. אפשר לבקש מהתלמידים גם את המשוואה של הפונקציה הזו: $y = 37.5 t$, y הוא מרחק השחייה.

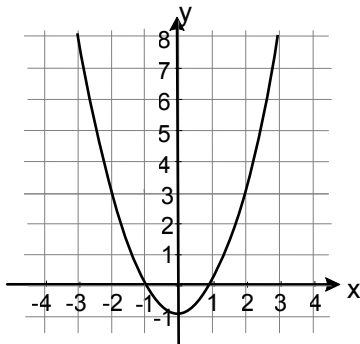
ב. פונקציה אחרת שמתוארת בסיפור הזה היא: "אייל שוחה 1.5 אורכי ברכה בכל דקה". הפונקציה הזו מתארת את **מספר הברכות** שאייל שוחה כפונקציה של מספר הדקות שהוא שוחה. גם כאן אפשר לבקש מהתלמידים את המשוואה של הפונקציה: $y = 1.5 t$. כאן y הוא מספר הברכות.

ג. הפונקציות משתנות בקצב קבוע. לומדים על כך מהתיאור המילולי של כל פונקציה: בפונקציה הראשונה, למרווחים קבועים של דקה אחת מתאימים מרווחים קבועים של 37.5 מטרים. בפונקציה השנייה, למרווחים קבועים של דקה אחת מתאימים מרווחים קבועים של 1.5 אורכי ברכה. אפשר לראות זאת גם מהמשוואות, שהן מהצורה הדרושה לפונקציה שמשתנה בקצב קבוע (פונקציה קווית).

תרגיל 22 – עמוד 206:

א. $y = x^2 - 1$ מייצגת פונקציה כי לכל x יש ערך אחד ויחיד של y המתאים לו.

ב. בשלב זה, לפני סרטוט טבלת ערכים או גרף, אפשר כבר לדעת שהפונקציה איננה קווית: המשוואה שלה איננה מהצורה המשותפת לכל המשוואות של פונקציות קוויות, כי היא ממושטת לגמרי ובכל זאת מופיע בה הביטוי x^2 .



x	-3	-1	0	1	3
y	8	0	-1	0	8

ג.