

מדריך למורה " פונקציה עולה ופונקציה יורדת " – כיתה ז' -

ספר ב' – עמודים 171 – 187

מבוא

בעמודים 171 – 187 עוסקים בתכונות עליה וירידה של פונקציה. רוב הפעילויות בפרק מוקדשות ללמידה כיצד לזהות אם פונקציה עולה, יורדת או קבועה (עמודים 171 – 184). לומדים לזהות עליה וירידה בשלוש דרכים - דרך אחת נומרית ושתי דרכים גרפיות. בסוף הפרק, בעמודים 184 – 187, בסעיף "התנהגות לא אחידה של פונקציה", מנתחים פונקציות שעולות, יורדות או קבועות בחלקים.

אילו הן שלוש הדרכים שלומדים כאן לזיהוי באם פונקציה עולה, יורדת או קבועה. נסקור קודם את שלושתן בקצרה, ואחר-כך בפרטים:

דרך ראשונה

בעמודים 171 – 172 בודקים עליה וירידה בייצוגים הנומריים של פונקציות – בטבלות הערכים. כאן בודקים את ההשתנות ההדדית של המשתנים. שאלת המפתח היא: "מה קורה כשערכי x גדלים? האם גם ערכי y גדלים, או שמא הם דווקא קטנים?" שימו לב לניסוח של השאלה, המופיעה שוב ושוב בחומר לתלמיד. אין משתמשים כאן במונח "השתנות הדדית". ואמנם, **המונח "השתנות הדדית" איננו מופיע בחומר לתלמיד.** ההגדרה הפורמאלית של פונקציה עולה, פונקציה יורדת ופונקציה קבועה ניתנת לתלמידים בשפה של גידול והקטנה של המשתנים (ראו את ההגדרה בהמשך המדריך לפרק).

אבל, **אפשר גם אחרת.** יש דרכים נוספות לבדוק ולזהות עליה וירידה של פונקציה:

דרך שנייה

קושרים את מושגי העלייה והירידה של פונקציה לתגובות האינטואיטיביות המתעוררות למראה גרף במערכת צירים (עמ' 177). לומדים להפעיל כלל המרסן את האינטואיציה כך שהתגובות שלה יתאימו למושג המתמטי.

ואפשר עוד אחרת:

דרך שלישית

לומדים לזהות עליה וירידה בעזרת "מדרגה" עשויה מחיצים (עמ' 178).

מיד נתאר את הדרכים הללו בפרוטרוט. בינתיים נסכם: לומדים כלל אחד נומרי ושני כללים גרפיים לזיהוי פונקציה עולה ופונקציה יורדת. כל אחד מהכללים בנפרד יכול לספק לנו תשובה על השאלה: האם הפונקציה עולה, יורדת או קבועה. לאחר שלמדו את שלושת הכללים, והידע שלהם עדיין שביר, יכולים התלמידים לבדוק אם הפונקציה עולה או יורדת ביותר מדרך אחת, וכך לקבל אישור לתשובה שלהם.

צריך לזכור שרק בכיתה ח ילמדו אודות השיפוע ומקדם ה- X במשוואת הישר. שם גם ילמדו על הקשר בין הסימן של מקדם השיפוע (חיובי או שלילי), ותכונות העלייה וירידה של פונקציות. לא מומלץ אפילו להזכיר זאת בכיתה ז.

עכשיו נתאר בפרוטרוט את שלושת דרכי הפעולה שנלמדו בפרק, ואחר-כך נפנה לדון בפעילויות הספציפיות, ובדרכי הפתרון שלהן.

דרך א: השיטה הנומרית, בעזרת טבלת ערכים של הפונקציה (עמ' 171 – 176)

x – מספר התפוחים	1	2	3	4	5
y – המחיר בשקלים	4	7	9	11	13

בעמ' 171 מוצגות שתי טבלאות ערכים של פונקציות. באחת (תפוחים ומחירים) אנו רואים שכאשר המשתנה x (משקל התפוחים) גדל, המשתנה y (הסכום לתשלום) גדל גם הוא. זה המקרה של **פונקציה עולה**.

x – היום	1	2	3	4	5
y – מספר העוגיות שנותרו	30	22	17	11	4

הסיפור פשוט ואינטואיטיבי. כמוהו גם הדוגמה הנגדית: מספר העוגיות שנותרו בצנצנת כפונקציה של היום בשבוע. ככל שעוברים הימים נשארות בצנצנת פחות ופחות עוגיות. ככל שהמשתנה x (המספר המציין את היום בשבוע) גדל, המשתנה y (מספר העוגיות בצנצנת) הולך וקטן. זה המקרה של **פונקציה יורדת**.

סיטואציות כאלה נבדקות בדרך זו (נומרית) בעוד כמה סיפורים. באחד מהם, כאשר המשתנה x גדל, המשתנה y איננו משתנה כלל. זה המקרה של **פונקציה קבועה**.

לאחר 4 פעילויות כאלה, משלמדו התלמידים את השיטה, מופיעה ההגדרה (עמ' 173). כהרגלנו, ההגדרה היא תיאור מילולי של הפעולה שלמדו לבצע:

+1

x	...	2	3	...
y	...	5	8	...

• **פונקציה עולה היא:**

פונקציה שבה בכל פעם שערכי ה- x גדלים – גם ערכי הפונקציה y גדלים. כלומר, כאשר ערך המשתנה החופשי גדל – ערך המשתנה התלוי גדל גם כן. לדוגמה, בטבלה משמאל:

כשערך ה- x גדל ב-1 (מ-2 ל-3), ערך ה- y גדל ב-3 (מ-5 ל-8).

הסימון ע"י שלש נקודות מצביע על כך שהפונקציה מתנהגת באותו האופן בעקביות.

+6

x	...	2	8	...
y	...	9	15	...

• **פונקציה יורדת היא:**

פונקציה שבה בכל פעם שערכי ה- x גדלים – ערכי הפונקציה y קטנים. כלומר, כאשר ערך המשתנה החופשי גדל – ערך המשתנה התלוי קטן. לדוגמה, בטבלה:

כשערך ה- x גדל ב-6, ערך ה- y קטן ב-8.

			+2 ↗	
x	...	6	8	...
y	...	1	↖ +0	...

• פונקציה קבועה היא:

פונקציה שבה ערכי ה- y אינם משתנים, כלומר, כאשר שערכי ה- x גדלים - ערכי הפונקציה y נשארים קבועים (ללא שינוי). כלומר, כאשר ערך המשתנה החופשי גדל - ערך המשתנה התלוי נשאר קבוע, ללא שינוי. אפשר לומר שגודל השינוי הוא 0. לדוגמה, בטבלה: כשערך ה- x גדל ב-2, ערך ה- y אינו משתנה.

דרך ב: שיטה גרפית, המבוססת על התבוננות בגרף משמאל לימין (עמ' 177):

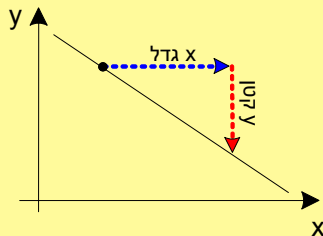
בשיטה זו צריך התלמיד לראות את עצמו כאילו הוא עומד בנקודה כלשהיא על הגרף, עומד ומסתכל ימינה, בכיוון החיובי של ציר ה- x . אם בכיוון זה רואים עליה - הפונקציה עולה; אם בכיוון זה רואים ירידה - הפונקציה יורדת.

דרך ג: שיטה גרפית שניה, המבוססת על סרטוט מדרגה מחיצים (עמ' 177):

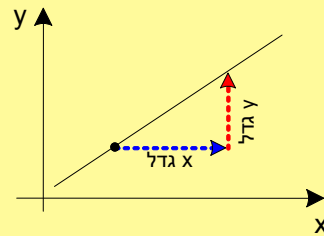
גם דרך זו מבוססת על הליכה משמאל לימין. בוחרים נקודה על הגרף, מתרחקים ממנה בעזרת חץ אופקי ימינה, ומנסים לחזור אל הגרף. מחליטים על תכונת הפונקציה על פי החץ שמחזיר אותנו אל הגרף. אם צריך לעלות כדי לחזור אל הגרף - אזי הפונקציה עולה. אם צריך לרדת כדי לחזור אל הגרף - אזי הפונקציה יורדת. הנה הסיכום של שיטה זו (מעמ' 180):

- בוחרים נקודה כלשהי על הגרף.
- מתקדמים קצת ימינה (במקביל לציר ה- x).
- בודקים מה צריך לעשות כדי "לפגוש" שוב את הגרף:

▪ אם צריך לרדת, אז זו פונקציה יורדת.



▪ אם צריך לעלות, אז זו פונקציה עולה.



הערות לפעילויות ולתרגילים

פעילות 1:

בפעילות זו ככל שמספר התפוחים עולה, המחיר שיש לשלם עולה אף הוא, לאו דווקא בחוקיות ברורה.

פעילות 2:

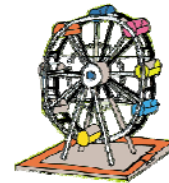
בפעילות זו ככל שמספר הימים גדל, אוכלים יותר עוגיות, וכמות העוגיות שנתרו בצנצנת קטנה. גם כאן אין חוקיות ברורה – כי בכל יום נאכלת כמות שונה של עוגיות.

פעילות 3:

x – מספר השבועות מתחילת החג	1	2	3	4	5
y – המשקל בק"ג	82.5	81.8	81.8	81	81.2

כאן התלמידים נפגשים במקרה שבו הפונקציה איננה יכולה להיקרא לא עולה ולא יורדת. שכן בזמן שהמשתנה x (מספר

השבועות) גדל והולך, המשקל איננו משתנה באופן עקבי, אלא לפעמים גדל ולפעמים קטן. הפונקציה איננה מאף אחד מהסוגים: היא איננה פונקציה עולה, איננה פונקציה יורדת ואיננה קבועה.



פעילות 4:

x – מספר הביתנים שאליהם נכנסים	1	2	3	4	5
y – מחיר כרטיס כניסה	120	120	120	120	120

בפעילות זו התלמידים נפגשים עם פונקציה קבועה, שכן המחיר קבוע ואינו משתנה.

פעילות 5:

פעילות זו מסכמת לתלמידים את המושגים החדשים. פונקציה קבועה – בפעילות 4, פונקציה עולה – בפעילות 1, פונקציה יורדת – בפעילות 2 ופונקציה שאינה משתנה בצורה עקבית – בפעילות 3.

תרגילים – עמודים 174 – 176

רוב התשובות נתונות בספר הלימוד, התרכזנו כאן בתשובות הדורשות נימוק והסבר.

תרגיל 1 – עמוד 174

ג. הסיפור הנתון מייצג פונקציה עולה, שכן בסיפור נתון שככל שקונים יותר חטיפים, למרות ההנחה, משלמים יותר: בזמן שהמשתנה החופשי x (מספר החטיפים שקונים) גדל, המשתנה התלוי y (הסכום לתשלום) גדל אף הוא.

תרגיל 2 – עמוד 174

ג. הסיפור הנתון מייצג פונקציה יורדת, שכן ככל שהמכונת נוסעת יותר קילומטרים כמות הדלק במיכל קטנה.

תרגיל 3 – עמוד 174

א. הפונקציה יורדת

ב. טמפרטורת התערובת אחרי 3 דקות תהיה 26° .

כי בכל 10 שניות הטמפרטורה של התערובת עולה ב-2 מעלות, ולכן אחרי 3 דקות שהן $(3 \cdot 60 = 180)$ 180 שניות, היא תעלה ב- $36 = 18 \cdot 2$, כלומר ב-36 מעלות. היות והטמפרטורה ההתחלתית של הניסוי הייתה -10°C , תגיע הטמפרטורה אחרי 3 דקות ל- 26°C .

תרגיל 4 – עמוד 174

זכרו כי בכיתה ז אין לומדים עדיין על הקשר בין עליה וירידה לבין המקדם של ה- x במשוואת של הפונקציה. לכן עליהם לבנות לכל פונקציה טבלת ערכים שבה ערכי ה- x עולים ולהראות כי: בסעיפים א, ג, ו – כאשר x גדל, y גדל גם כן, לכן הפונקציה עולה; בסעיפים ב, ה – כאשר x גדל, y קטן, לכן הפונקציה יורדת; בסעיף ד – ערכי ה- y אינם משתנים, לכן הפונקציה היא קבועה.

תרגיל 5 – עמוד 175

בתרגיל זה על התלמידים לבדוק קודם האם הטבלה מייצגת פונקציה. אם כן – עליהם לבדוק אם ערכי ה- x מסודרים בסדר עולה. אם כן – עליהם לבדוק את ערכי ה- x מסודרים בסדר עולה. במידה ואינם מסודרים בסדר עולה, יש לסרטט מחדש את הטבלה במחברת ולשים בה את הזוגות הסדורים כך **שערכי ה- x יהיו בסדר עולה**. וכמובן שערך ה- x יקבל את ערך ה- y שהיה שלו מלכתחילה (ראו בטבלה ח למטה). רק אז יוכלו לקבוע אם הפונקציה עולה או יורדת (אם פונקציה היא קבועה רואים זאת בכל סידור של הטבלה).

טבלאות א, ב ו-ג מסודרות היטב ורואים שהן מייצגות פונקציה עולה, קבועה ויורדת (בסדר הזה). שימו לב שהטבלאות הללו על רשת כחולה, דהיינו תלמידים מעל הבינוני יכולים לוותר עליהן).

בטבלה ד, עוד לפני שבודקים אם ערכי ה-X מסודרים בסדר עולה, רואים ש לערך $x=4$ יש שני ערכי y שונים. לכן היא איננה מייצגת פונקציה, ואפשר להפסיק את הבדיקה.

x	y
4	6
6	5
8	4
10	3
12	2
14	1

טבלה ה מייצגת פונקציה קבועה; טבלה ו מייצגת עולה; טבלה ז – מייצגת פונקציה יורדת

ואילו בטבלה ח ערכי ה- x אינם מסודרים בסדר עולה, ולכן צריך קודם לבנות ממנה את הטבלה המסודרת הזו: על פי טבלה זו רואים שהפונקציה יורדת.

שימו לב שטבלאות ז ו-ח נמצאות על רשת כתומה, דהיינו הן מיועדות לתלמידים מתקדמים.

תרגיל 6 – עמוד 175

הנה דוגמה למילוי אפשרי של הטבלאות:

x	y
7	0
14	3
21	0
28	-6

פונקציה שאינה עולה, אינה יורדת ואינה קבועה

x	y
0	0
5	0
10	0
15	0

פונקציה קבועה

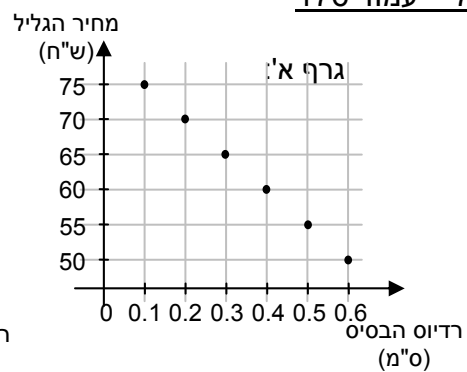
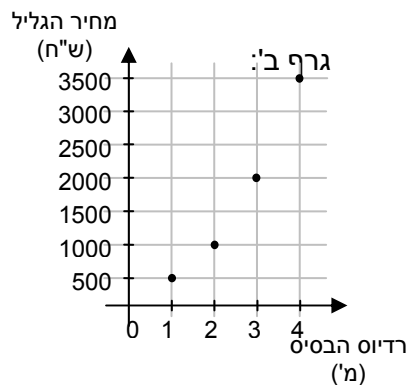
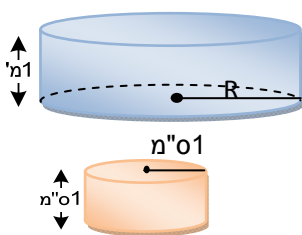
x	y
-9	5
-8	4
-7	3
-6	2

פונקציה יורדת

x	y
4	-3
5.5	-2
7	-1
8.5	0

פונקציה עולה

תרגיל 7 – עמוד 176



א. עד כה למדנו רק שיטה אחת לזהות באם פונקציה עולה, יורדת או קבועה: השיטה הנומרית על פי טבלת הערכים. עדיין לא למדנו להסיק את המסקנה על-פי תכונות הגרף. אבל הפונקציות בתרגיל זה נתונות באופן גרפי. לכן מומלץ לתלמידים להכין טבלת התאמה לכל אחת מהפונקציות הנתונות, ולהחליט על פיהן מי עולה ומי יורדת. כמובן שעשויים להיות תלמידים שכבר ידעו להחיל את תכונות העלייה והירידה על הגרף, ולא יזדקקו לטבלאות. אפשר להמליץ לפתור בשתי דרכים ולשוות את המסקנות.

ב. אין משמעות לחיבור הנקודות בגרפים בקו, כי בתי המלאכה אינם מייצרים גלילים בעלי רדיוס שונה מהרדיוסים הנתונים בגרף.

ג. לפי המתואר בגרפים: בבית המלאכה "כלים לתעשייה", בו מייצרים גלילים גדולים בגובה 1 מ', ככל שהרדיוס גדול יותר המחיר גבוה יותר כי החומר הנדרש לייצור רב יותר. לעומת זאת, בבית המלאכה "כלים למעבדה" – הגלילים קטנים, הבדלי המשקל וכמות החומר מהם הם נוצרים, אינם משמעותיים, לעומת זאת הדיוק בהכנתם קשה יותר ככל שהרדיוס יותר קטן. לכן, המחיר של הגליל עולה ככל שהרדיוס קטן.

"כלים למעבדה"

רדיוס ס"מ	מחיר גליל
0.1	75
0.2	70
0.3	65
0.4	60
0.5	55
0.6	50

ד. "כלים לתעשייה"

רדיוס מ'	מחיר גליל ש"ח
1	500
2	1000
3	2000
4	3500

ה. הפונקציה של "כלים לתעשייה" היא פונקציה עולה – ככל שערכי x גדלים, גם ערכי y גדלים. הפונקציה של "כלים למעבדה" היא פונקציה יורדת – ככל שערכי x גדלים, ערכי y קטנים.

ו. כאן אפשר לנהל שיחה על רעיונותיהם של התלמידים אודות השאלה: כיצד מרמזת צורת הגרף על התנהגות הפונקציה? כעין טעימה, סיעור מוחות אודות מה שאנו עומדים ללמוד בפעילויות הבאות.

ייצוג גרפי של פונקציה עולה ופונקציה יורדת – עמודים 177 – 180

למעשה התלמידים כבר דנו בפרקון הקודם על המאפיינים של גרף של פונקציה עולה ויורדת. כאן מתרגמים את האינטואיציות לשיטה חד משמעית לבדיקת הגרף.

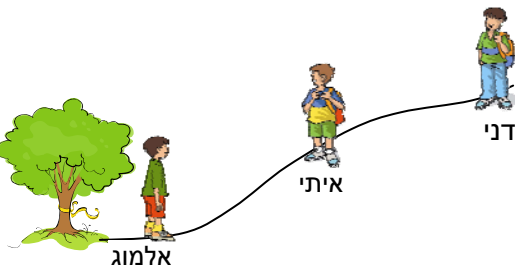
פעילות 1:

שימו לב, בסרטוט בספר נשמט השם של דני:

בפעילות זו מדגישים את העובדה שנקודות הסתכלות שונות על גרף מוליכות למסקנות סותרות לגבי עליה וירידה של הפונקציה.

מפעילות זו עולה הצורך לקבוע כיוון אחיד להסתכלות על גרף. כדי לקבוע אם פונקציה מסוימת עולה או יורדת יש להחליט על כיוון הסתכלות אחיד לכולם. הכיוון המקובל במתמטיקה הוא משמאל לימין.

א. התשובה המתאימה לכל ילד:



- אני מסתכל לכיוון של שני חבריי ורואה שהדרך אליהם עולה – אלמוג מסתכל על איתי ועל דני.
 - אני מביט על שני חבריי ורואה שהדרך אליהם יורדת – דני מסתכל על איתי ועל אלמוג.
 - אני רואה את הדרך עולה אל אחד מחבריי ויורדת אל השני – איתי מסתכל על דני ואחר על אלמוג.
- בסוף סעיף א מנוסח ההסכם המתמטי (לצערנו נשמט ממנו הרקע הצהוב של סיכומים):

במתמטיקה כיוון ההסתכלות הוא תמיד בכיוון החיובי של ציר ה- x , כלומר משמאל לימין.

ב. את סעיף ב פותרים כבר עם כיוון ההסתכלות המקובל במתמטיקה, אחיד לכולם.

הנקודה A מתארת את מרחקו של אלמוג מדני בהתחלה.

הנקודה B מתארת את מרחקו של אלמוג מדני כאשר הגיע לאיתי.

הנקודה C מתארת את הגעתו של אלמוג אל דני.

הגרף הינו סרטוט איכותי, ויכול להיות גם צירוף של קטעי

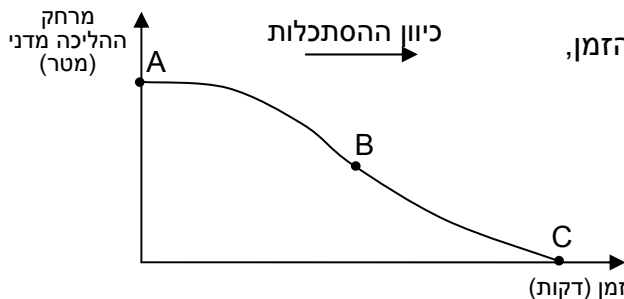
קווים עקומים או ישרים, לפי קצב התקדמותו של אלמוג.

כאן מתואר קצב איטי בתחילה, ומעט מהיר יותר בהמשך.

ג. הגרף מתאר פונקציה יורדת, כי עם עלות משך הזמן,

המרחק של אלמוג מדני

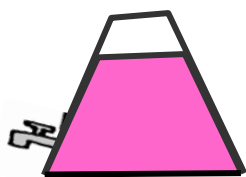
הולך ומתקצר.



8

המדריך למורה – "אפשר גם אחרת"
מתאים לעמודים 171 – 178 בספר לתלמיד

פעילות 2:



שימו לב, נפלה טעות בסרטוט מיכל המיץ. הוא צריך להראות כך:
(אילו המיכל היה ישר כמו בספר לתלמידים, הפונקציות של המילוי או הריקון היו קוויות: גובה

א. התשובה לסעיף זה היא על פי המשמעות של הפונקציה בסיפור שמייצג אותה.

התלמידים יכולים לראות שבגרף א, ככל שמשך הזמן מתארך, כמות הנוזל הולכת וקטנה. מכאן שזה הגרף של ריקון המיכל.
ואילו בגרף ב, ככל שמשך הזמן מתארך, כמות הנוזל הולכת וגדלה. מכאן שזה הגרף של מילוי המיכל.

ב. את העלייה והירידה של הפונקציות אפשר לקבוע בכל אחת משתי השיטות שלמדו עד כה:
בשיטה הנומרית:

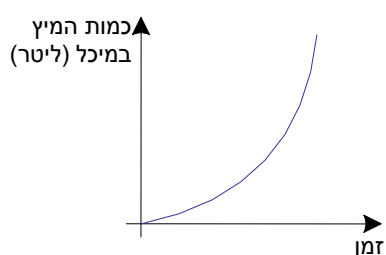
בגרף א בזמן שהמספרים המתארים את משך הזמן הולכים וגדלים כמות המיץ קטנה, הפונקציה יורדת.

בגרף ב, בזמן שהמספרים המתארים את משך הזמן הולכים וגדלים, כמות המיץ גדלה גם כן – הפונקציה עולה;
זה לא קל בלי טבלת ערכים, אבל אפשרי.

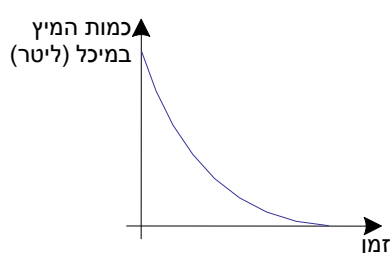
בשיטה הגרפית:

בגרף א, אם מדמיינים שעומדים בקצה השמאלי של הגרף ומסתכלים ימינה, רואים שהקו יורד. מכאן שהפונקציה יורדת;

בגרף ב, אם מדמיינים שעומדים בקצה השמאלי של הגרף ומסתכלים ימינה, רואים שהקו עולה. מכאן שהפונקציה עולה.



גרף ב:



גרף א:

ג. כאן לראשונה מתרגלים התלמידים את השיטה השלישית: השימוש בחיצים. ה-ו מתאימים לדון כיתתי.

בדיון: החץ האדום מתאים לחיצים של הפרשים בין שיעורי ה-y בטבלות הערכים.



פעילות 3:

א. זוהי פונקציה יורדת.
בסיפור המילולי מבינים שכל שעובר הזמן (ערכי x עולים) יורדת הטמפרטורה של התה.
את הייצוג הגרפי אפשר לנתח בכל אחת מהשיטות שלמדנו:

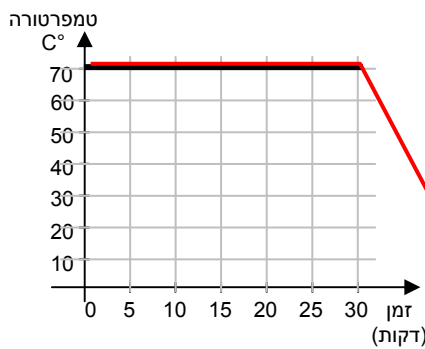
- אפשר להכין טבלת ערכים על פי הגרף, ולבדוק באופן נומרי (כמו בסעיף ב)
- אפשר לדמיין שעומדים בקצה השמאלי של הגרף ומסתכלים ימינה.
- אפשר לסרטט חצים בשיטה של הילה.

טמפרטורה C°	זמן (דקות)
70	0
60	10
50	15
20	25

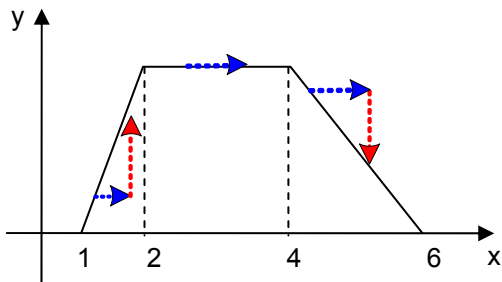
ב. טבלת ערכים מתאימה:

בטבלה, שבה מסודרים ערכי x (הזמן) בסדר עולה רואים שהפרש הטמפרטורות (ערכי y) המתאימים הולכים וקטנים. לפיכך הפונקציה יורדת.

- ג. גרף המיצג טמפרטורה קבועה של התה – $70C^{\circ}$.
גרף של פונקציה קבועה – קו ישר מקביל לציר ה-x.
ה. הגרף החדש יכול להראות כמו הגרף האדום.



פעילות 4:



1. הגרף מתאר פונקציה. לכל ערך x נתון קיים ערך y אחד ויחיד.
2. אי אפשר לומר שהוא מייצג פונקציה שהיא עולה בלבד. היא עולה רק בין ערכי x הבאים: $1 < x < 2$.
3. אי אפשר לומר שהוא מייצג פונקציה שהיא יורדת בלבד. היא יורדת רק בין הערכים האלה של x: $4 < x < 6$.
4. אי אפשר לומר שהוא מייצג פונקציה שהיא קבועה בלבד. היא קבועה רק בין הערכים האלה של x: $2 < x < 4$.

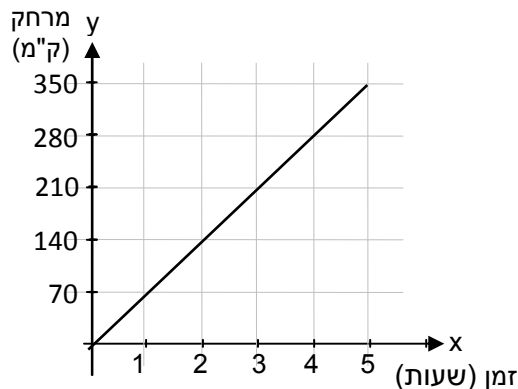
אתנחתא – עמוד 180

- מתן הגיע למקום הראשון ולבש בגד-ים אדום.
- אלעד הגיע למקום השני ולבש בגד-ים כחול.
- טל הגיע למקום השלישי ולבש בגד-ים לבן.

תרגילים – עמודים 181 – 184

תרגיל 1 – עמוד 181

משך הנסיעה בשעות	1	1.5	3	3.5	4.5	5
המרחק מבית הספר בק"מ	70	105	210	245	315	350



א. הערכים החסרים בטבלה:

ב. הגרף המתאים לטבלה:

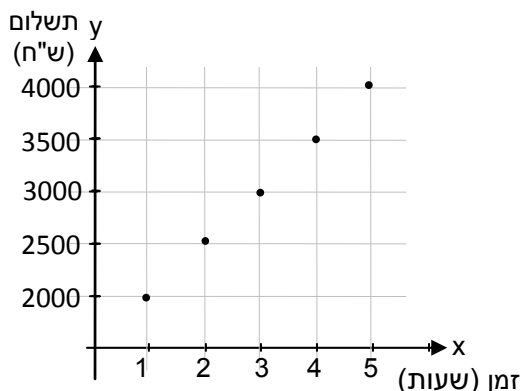
יש משמעות לחיבור של הנקודות בקו.

הנקודות שעל הקו מייצגות את מסלול הנסיעה, בכל זמן נתון היה האוטובוס במרחק מסוים, ידוע, מביה"ס.

ג. הפונקציה הזו עולה, כי ככל שעובר הזמן (גדלים ערכי ה-x), גדל גם המרחק (גדלים ערכי ה-y).

תרגיל 2 – עמוד 181

מספר שעות הנגינה	1	2	3	4	5
התשלום בש"ח	2000	2500	3000	3500	4000



ב. הגרף המתאים לטבלה:

בהנחה שהלהקה גבתה 500 שקלים עבור כל שעה נוספת או חלק ממנה, נקבל גרף של נקודות (ולא קו רציף).

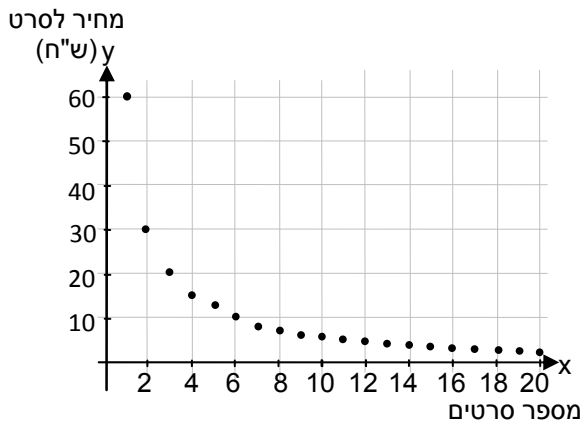
הגרף מתאר פונקציה עולה, כי ככל שמנגנים יותר זמן, התשלום עולה.

אפשר לבדוק זאת גם בשתי הדרכים הגרפיות שלמדנו (מבט ימינה, וחיצים בנוסח הילה).

תרגיל 3 – עמוד 181

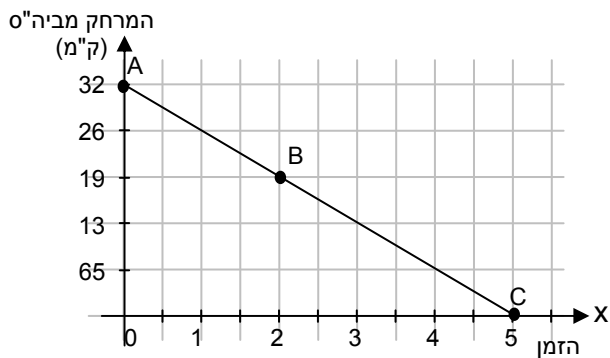
מספר סרטים שהושאלו	1	3	5	10	15	20
התשלום לסרט בש"ח	60	20	12	6	4	3

א. דוגמאות לעלות השאלת סרט בטבלה שלהלן:



ב. גם הפונקציה הזו היא פונקציה של נקודות בדידות, כי אין משמעות ל"חלקי סרט". מספר הסרטים הוא מספר שלם בלבד. הפונקציה יורדת, כי ככל שעולה מספר הסרטים שמשאילים בחודש, עלות כל סרט יורדת, שכן התשלום החודשי הוא קבוע.

תרגיל 4 – עמוד 181



א. הנקודה A מתארת את רגע היציאה מהמחנה, הנמצא במרחק 325 ק"מ מביה"ס. הנקודה B מתארת את מיקום האוטובוס אחרי שעתיים של נסיעה, במרחק 195 ק"מ מביה"ס. **שימו לב:** בספר לתלמיד, כתוב בגרף x במקום C, ולא כתוב x במקומו בקצה הציר – כאן הגרף תקין. הנקודה C מתארת את הגעת האוטובוס לביה"ס, אחרי 5 שעות נסיעה.

ב. הגרף מתאר פונקציה יורדת, כי ככל שזמן הנסיעה מתמשך (ערכי x עולים) המרחק מביה"ס הולך וקטן (ערכי y קטנים).

תרגיל 5 – עמוד 182

- הקשר בין מספר המחברות שקונה תלמיד לבין הסכום לתשלום – פונקציה עולה, ככל שיקנה יותר מחברות הסכום לתשלום יהיה גדול יותר.
- הקשר בין מספר כריכים עם שוקולד שמכינים בחודש מסוים, לבין כמות השוקולד הנותרת בצנצנת – פונקציה יורדת, ככל שיגדל מספר הכריכים תקטן כמות השוקולד הנותרת בצנצנת.
- הקשר בין מספר הפעמים בחודש שנוסעים באוטובוס לבין עלות של כרטיס "חודשי חופשי" – פונקציה קבועה. כרטיס "חודשי חופשי" עולה סכום מסוים בחודש ללא קשר למספר הנסיעות באוטובוס.
- הקשר בין מספר האורחים ביום הולדת לגודל פרוסת העוגה שכל אחד מהם מקבל מעוגת יום ההולדת – פונקציה יורדת, ככל שיגדל מספר האורחים תקטן פרוסת העוגה שכל אחד מהם יקבל.

ה. הקשר בין משך זמן הצמיחה לגובה הדקל – פונקציה עולה, ככל שעולה משך זמן הצמיחה גדל גובה הדקל.

ו. הקשר בין מספר הפעמים שחבר מועדון מבקר בבריכת שחייה במשך שנה, לבין עלות המנוי השנתי לבריכה – פונקציה קבועה. עלות המנוי השנתי קבועה ואינה קשורה למספר הביקורים בבריכת השחייה במשך השנה.

תרגיל 8 – עמוד 183

x	$g(x)=2-3x$
-1	5
0	2
1	-1
2	-4

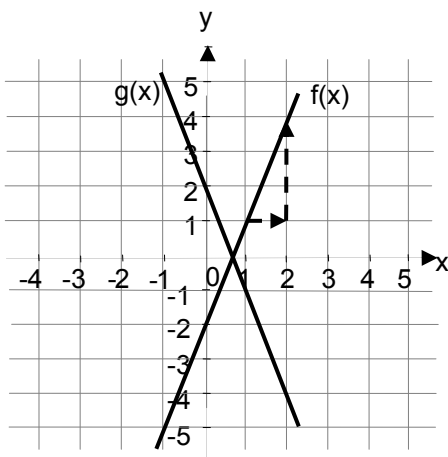
x	$f(x)=3x-2$
-1	-5
0	-2
1	1
2	4

א. טבלאות הערכים המתאימות:

ב- $f(x)$ כשערכי x גדלים, ערכי y גדלים גם כן, ולכן היא פונקציה עולה;
ב- $g(x)$, כשערכי x גדלים, ערכי y קטנים, ולכן היא פונקציה יורדת.

ב.

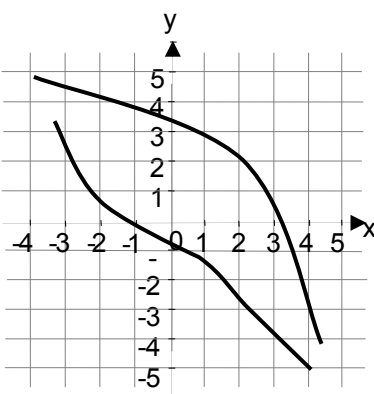
הנה הגרפים המתאימים:



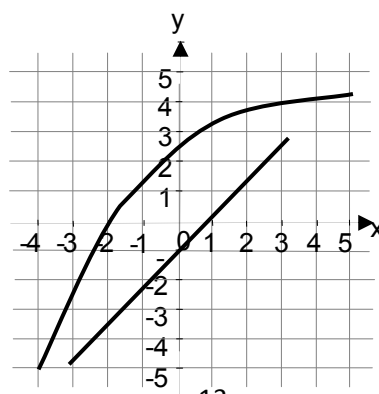
אפשר לבדוק עליה וירידה בעזרת החיצים, למשל בסרטוט של $f(x)$: יצאנו ימינה, וכשרצינו לחזור אל הגרף היינו צריכים לעלות. סימן שהפונקציה עולה. או על ידי המבט ימינה, למשל אפשר לדמיין שעומדים בנקודה $(-1, -5)$ שעל הגרף של $g(x)$, ומסתכלים ימינה על הגרף, רואים שהוא עולה.

תרגיל 10 – עמוד 184

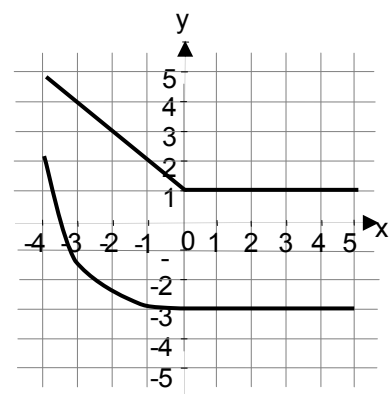
ג. שתי דוגמאות של פונקציות שירדות עבור ערכי x חיוביים.



ב. שתי דוגמאות של פונקציות שעולות עבור ערכי x שליליים.



א. שתי דוגמאות של פונקציות שירדות עבור ערכי x שליליים וקבועות עבור ערכי x חיוביים.





התנהגות לא אחידה של פונקציה

בפרקון זה עוסקים בפונקציות שמתנהגות באופן שונה בקטעים שונים. במקרים כאלה מתייחסים להתנהגות הפונקציה בקטע מסוים או בסביבה קרובה של נקודה מסוימת.

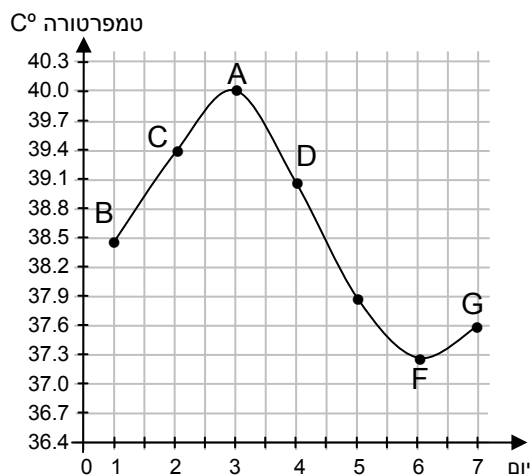
זו איננה פעם ראשונה שהתלמידים נתקלים בפונקציות כאלה, פגשנו כאלה כבר בפרק "מערכת צירים קרטזית", ו"מהי פונקציה".

פעילות 1:

בפעילות זו הגרף מתאר השתנות של טמפרטורה כפונקציה של הזמן, על פי מדידות שנעשו במהלך שבוע אחד בחודש יולי (כנראה אצל אדם חולה). הגרף הוא רציף, למרות שהבדיקות נערכו רק פעם אחת בכל יום, מתוך הנחה שההשתנות של מידת חום הגוף היא רציפה.

א. הפונקציה עולה בסביבה של הנקודה $C(2,39.4)$, והנקודה $G(7,37.6)$.

ב. ו- ג. הפונקציה יורדת בסביבה של הנקודה $D(4,39.1)$, והנקודה $(5,37.9)$.



ד. הנקודה A היא מיוחדת: אי אפשר לומר שהיא

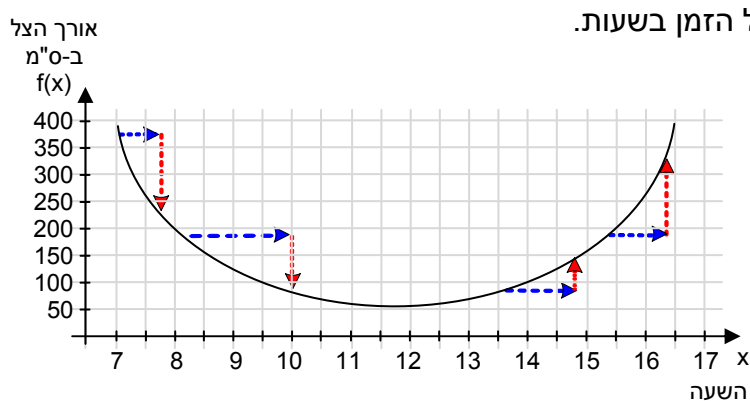
נמצאת בסביבה שבה הפונקציה עולה; גם אי אפשר לומר שהיא נמצאת בסביבה שבה הפונקציה יורדת. נכון לומר שמימינה הפונקציה יורדת, ומשמאלה הפונקציה עולה.

ה. נקודה F דומה לנקודה A, אך גם שונה ממנה: אי

אפשר לומר שהיא נמצאת בסביבה שבה הפונקציה עולה; גם אי אפשר לומר שהיא נמצאת בסביבה שבה הפונקציה יורדת. נכון לומר שמימינה הפונקציה עולה, ומשמאלה הפונקציה יורדת.

פעילות 2:

בפעילות זו ממשיכים לדון עם התלמידים בהתנהגות הפונקציה והגרף המייצג אותה לאורך הזמן הנבדק. לצורך הבדיקה אנו "הולכים" על פני הגרף משמאל לימין, כי התנהגות של גרף בודקים תמיד בכיוון עליה של ערכי x . למעשה, מסתכלים על גרף הפונקציה משמאל לימין.



א. $f(7.5)=250$

בשעה 7:30 אורך הצל היה 250 ס"מ.

ב. ערך הפונקציה ב- $x=15$. $f(15)=150$

בשעה 3 אחה"צ אורך הצל היה 150 ס"מ.

ג. $f(x)=100$ עבור $x=9.5$ וכן עבור $x=14$

כלומר, בשעה 9:30 בבוקר ובשעה 2 בצהריים אורך הצל היה 100 ס"מ.

ד. בין השעה 8:00 לשעה 9:00 הפונקציה יורדת – כלומר הצל מתקצר.

ה. בין השעה 14:00 לשעה 15:00 הפונקציה עולה – כלומר הצל מתארך.

ו. בסביבת השעה 8:00 $f(x)$ יורדת. בסביבת השעה 13:00 $f(x)$ עולה. בקטע בין השעה 7:00 לשעה 9:00 $f(x)$ יורדת.

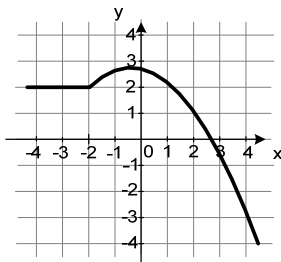
תרגילים עמודים 186 - 187

תרגיל 1 – עמוד 186

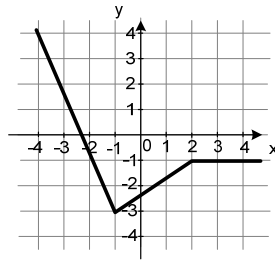
השאלות כאן מתייחסות לפעילות 2 שבעמ' 185

א. הפונקציה עולה למשל בסביבה של הנקודה $(15.5, 200)$.

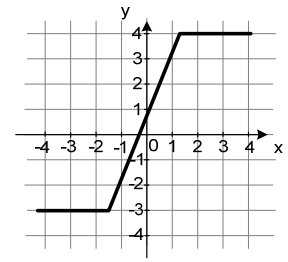
ב. בסביבת השעה 16:00 – הפונקציה עולה.



גרף 3



גרף 2



גרף 1

א. הפונקציה **עולה** - בגרף 1: למשל $(0,0)$.

בגרף 2: למשל $(0,-2.5)$.

בגרף 3: למשל $(-1,2.5)$.

ב. הפונקציה **יורדת** - בגרף 1 אין נקודות שבסביבתן הפונקציה יורדת.

בגרף 2: למשל $(-2,-1)$.

בגרף 3: למשל $(2,1)$.

ג. הפונקציה **קבועה** - בגרף 1: למשל $(2,4)$.

בגרף 2: למשל $(3,-1)$.

בגרף 3: למשל $(-3,2)$.

ד. נקודה, שבסביבת הפונקציה **עולה** מצד אחד ו**יורדת** מצדה השני:

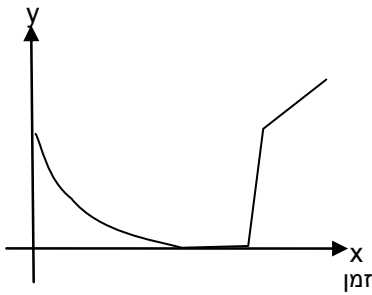
בגרף 1 אין נקודה כזו.

בגרף 2, מימין לנקודה $(-1,-3)$ הפונקציה עולה, משמאל יורדת.

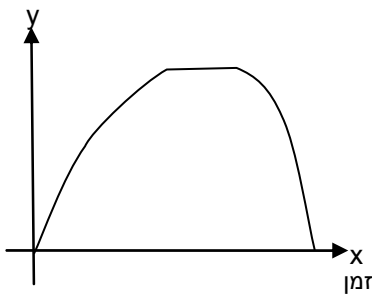
בגרף 3, מימין לנקודה $(0,3)$ הפונקציה יורדת, משמאל לה הפונקציה עולה.

תרגיל 3 – עמוד 186

מהירות הליכה

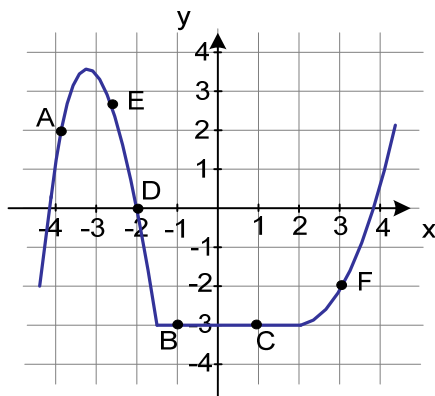


גובה



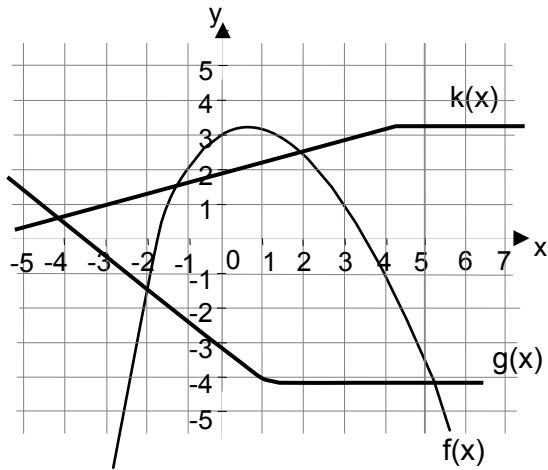
- א. הנה גרף אפשרי המתאר את הקשר בין מהירות הליכתו של יונתן לבין הזמן שחלף על פי הנתונים שבסיפור:
 - ב. בזמן בו ישב יונתן נח וצפה בנוף הייתה מהירותו 0, ולכן הגרף "יושב על" ציר ה-x בקטע הזמן המתאר את המנוחה.
 - ג. מהגרף ניתן להסיק שיונתן ירד בריצה, כי חלף זמן קצר עד שהוא הגיע למהירות הליכה גבוהה.
 - ד. הגרף המתאר את הקשר בין הגובה בו נמצא יונתן בכל רגע ורגע בזמן, לפי נתוני הסיפור:
 - ה. בזמן בו ישב יונתן נח וצפה בנוף הוא נשאר באותו גובה בפסגה, לכן התיאור בגרף הוא פונקציה קבועה.
 - ו. הגרף בסעיף ד' הפוך בהתנהגות הפונקציה מהגרף שבסעיף א'.
- המהירות לקראת הפסגה – הולכת ויורדת, מגיעה ל-0 בעת מנוחה ועולה בריצה עד שהגיע יונתן אל מרגלות הגבעה. ואילו הגובה בעליה לפסגה – הולך ועולה, מגיע לגובה קבוע בפסגה ויורד ככל שיורדים למטה.

תרגיל 4 – עמוד 187

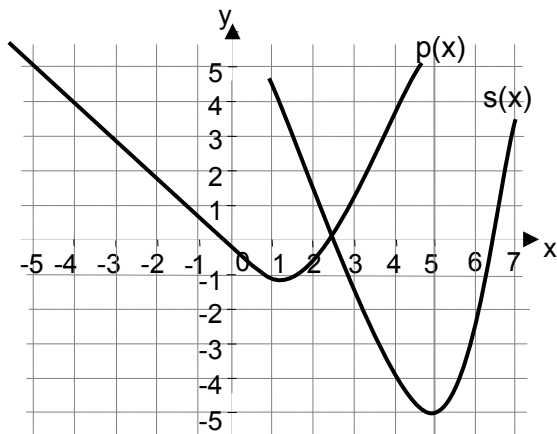


- א. בסביבת הנקודה A – הפונקציה עולה.
- ב. בסביבת הנקודה D – הפונקציה יורדת.
- ג. בסביבת הנקודה F – הפונקציה עולה.
- ד. בסביבת הנקודה B – הפונקציה קבועה.
- ה. הפונקציה יורדת בסביבת הנקודה E, אבל לא "רק": יש עוד נקודות שהפונקציה יורדת בסביבתן.
- ו. הפונקציה עולה בסביבת הנקודה F, אבל לא בסביבת הנקודה C.
- ז. הנקודה D איננה הנקודה היחידה שבסביבתה הפונקציה יורדת. היא יורדת גם בסביבת הנקודה E.

תרגיל 5 – עמוד 187

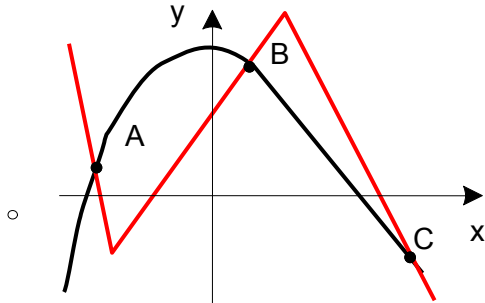


- א. לדוגמה: הפונקציה f עולה בסביבת $x=-2$ ויורדת בסביבת $x=5$.
- ב. לדוגמה: הפונקציה g שירדת בסביבת $x=-5$, $x=0$ וקבועה בסביבת $x=3$.
- ג. לדוגמה: הפונקציה k שקבועה בסביבת $x=7$.

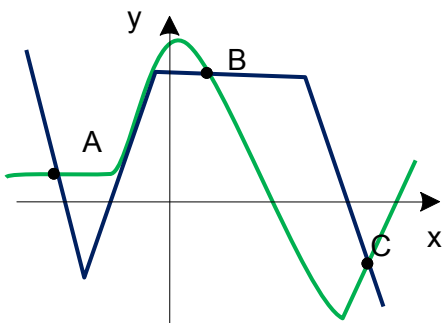


- ד. לדוגמה: הפונקציה p שירדת בסביבת $x=-5$, עולה בסביבת $x=2$ ומקיימת: $p(1)=-1$.
- ה. לדוגמה: הפונקציה s שאינה עולה, יורדת או קבועה בסביבת $x=5$.

תרגיל 6 – עמוד 187



- א. בסרטוט יש גרף של פונקציה כלשהי $f(x)$ שעובר דרך שלוש הנקודות הנתונות.
- ב. גרף נוסף (מסורטט באדום) של פונקציה אחרת שהגרף שלה עובר דרך שלוש הנקודות הללו.
- ג. קיימות אינסוף פונקציות שונות, שהגרף שלהן עובר דרך שלוש הנקודות הללו.



- ד. הגרף הכחול הוא של פונקציה שירדת בסביבת הנקודה A, קבועה בסביבת הנקודה B ויורדת בסביבת הנקודה C.
- ה. הגרף הירוק הוא של פונקציה קבועה בסביבת הנקודה A, יורדת בסביבת הנקודה B ועולה בסביבת הנקודה C.