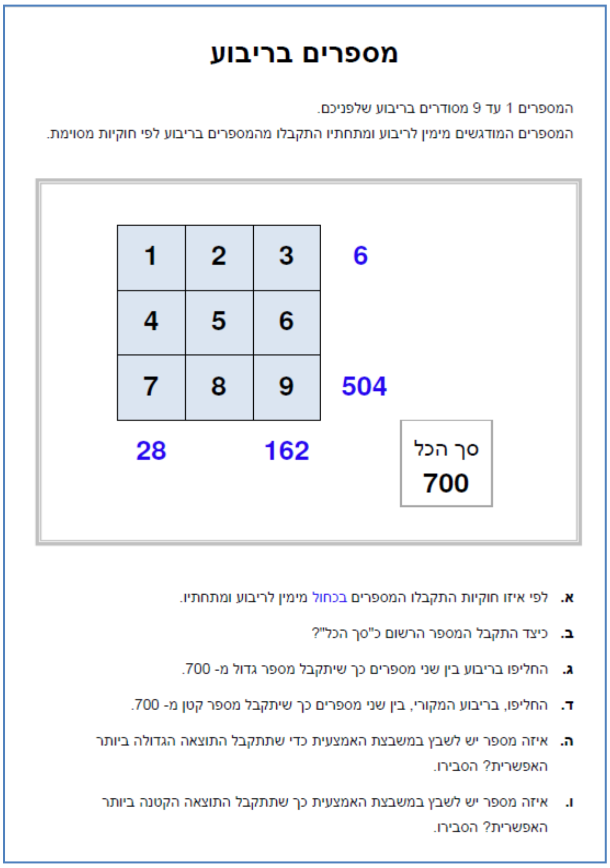
קפ"ל – קפיצה לגובה
כיתה ח' חלק ב'
מדריך למורה לעמודים 1 – 70

עמוד 1 – מספרים בריבוע

מטרת הסדנה היא להביא למודעות כי אנחנו לא מדללים לתלמידי המיצוי את חומר הלימוד ולא מונעים מהם פעילויות הדורשות חשיבה מסדר גבוה, **אלא** ההבדל הוא ב"דרך ההגשה" של חומר הלימוד והפעילויות הנוספות, במתן לגיטימציה לפתרון באסטרטגיות שונות, ובדרישות לדרך ה"הנמקה" הנדרשת מהתלמידים.

אם מפגישים את התלמידים עם פעילויות המשמעותיות להם המוגשות בדרך הלוקחת בחשבון את המגבלות הנובעות מאופי אוכלוסיית התלמידים, ניתן להגיע איתם "רחוק".



מספרים בריבוע

המספרים 1 עד 9 מסודרים בריבוע שלפניכם.

המספרים המודגשים מימין לריבוע ומתחתיו התקבלו מהמספרים בריבוע לפי חוקיות מסוימת.

1	2	3	6
4	5	6	
7	8	9	504
28		162	סך הכל 700

א. לפי איזו חוקיות התקבלו המספרים בכחול מימין לריבוע ומתחתיו.

ב. כיצד התקבל המספר הרשום כ"סך הכל"?

ג. החליפו בריבוע בין שני מספרים כך שיתקבל מספר גדול מ- 700.

ד. החליפו, בריבוע המקורי, בין שני מספרים כך שיתקבל מספר קטן מ- 700.

ה. איזה מספר יש לשבץ במשבצת האמצעית כדי שתתקבל התוצאה הגדולה ביותר האפשרית? הסבירו.

ו. איזה מספר יש לשבץ במשבצת האמצעית כך שתתקבל התוצאה הקטנה ביותר האפשרית? הסבירו.

מספרים בריבוע:

הפעילות עוסקת בפיתוח התובנה המספרית פותחים בהתנסות חופשית.

המספרים 6, 504, 162, 28 מתקבלים **ממכפלת** המספרים בשורה או בטור של הריבוע.

המספר 700 הוא **סכום** ארבעה מספרים אלה.

בכיתת מיצוי לא נבקש לקבל במשבצת "סך הכל" את המספר הגדול ביותר או הקטן ביותר האפשרי.

השאלות מתייחסות לגדול יותר או קטן יותר מהמספר 700 הנתון. התלמיד ינסה אפשרויות שונות.

דוגמאות לאסטרטגיות פתרון:

אנחנו מעוניינים לקבל מכפלות גדולות ככל שניתן כדי שסכום ארבע המכפלות יהיה גדול ביותר. לצורך כך צריך לדאוג שהמספרים בשורות ובטורים יהיו גדולים ככל שניתן. לכן כדאי כמובן שהמספר 1 יהיה באמצע.

המספר "1" לא תורם לשום מכפלה לכן כדאי לדאוג שהוא לא יהיה מעורב במכפלות.

אפשר לנצל את הדיון ולשאול: איך נדע אם אנחנו מגדילים מספר אחד ומקטינים מספר אחר אם המכפלה תגדל או תקטן או תישאר שווה?

כדי לקבל מכפלות גדולות ככל שניתן:

א. המספר 1 צריך להיות באמצע.

ב. האסטרטגיות של "מכפלות גדולות" שונה מהאסטרטגיות של "סכומים גדולים". ההבדלים: 1. בסכומים כאשר מגדילים אחד מהמחוברים ומקטינים את השני באותו גודל הסכום אינו משתנה. לעומת זאת במכפלות, הגדלת אחד המחוברים והקטנת המחובר השני משנה את המכפלה (כמו בדוגמה של 93x70). 2. אם "נפזר" את המספרים הגדולים, תתקבלנה מכפלות קטנות יותר. (למשל אם במקום מכפלה של שלושת המספרים 7,8,9 נכפול את המספרים 6,8,9 נקבל מכפלה שקטנה ב- 72).

האסטרטגיה צריכה להיות: נתחיל מהמכפלה של 7, 8, 9. כאשר עדיף שה- 7 יהיה באמצע כדי ש- 8, 9 יהיו בקדקוד ואז נשתמש בהם למכפלות נוספות. אחר כך נדאג ששני המספרים הבאים 5, 6 יכפלו את 9 כאשר 6 בקדקוד ו- 5 אמצעי. שני הבאים 3 ו- 4 יכפלו את 8 כאשר 3 אמצעי ו- 4 בקדקוד.

ג. כדאי להדגיש כי במקרה זה, יש עדיפות למכפלה אחת גדולה ככל שניתן ולא למשל, לארבע מכפלות קטנות יותר.

הפתרון ל"סך-הכל" הגדול ביותר:

<u>אין צורך להוכיח!!!</u>

9	**7**	**8**	504
5	**1**	**3**	
6	**2**	**4**	48
270		96	918

לקבלת "סך-הכל" הקטן ביותר:

א. המספר 9 באמצע – כדי שלא ישתתף במכפלות.

ב. המספרים 1, 2, 3, 4 בפינות כדי שישתתפו בשתי מכפלות. לעומת ארבע המספרים הגדולים 5, 6, 7, 8 שיהיו אמצעיים ו"יתרמו" רק למכפלה אחת.

המספרים 1 ו- 2 בקדקודים נגדיים.

ג. הפתרון:

1	**8**	**3**	24
7	**9**	**6**	
4	**5**	**2**	40
28		36	128

עמודים 2 – 17: אחוזים (5 שיעורים)

תיקון טעות: עמוד 5 בדף התובנות המשובץ ליד הרקע הצהוב נשמט המספר 17. המספר הימני ביותר צריך להיות $17\frac{1}{2}\%$.

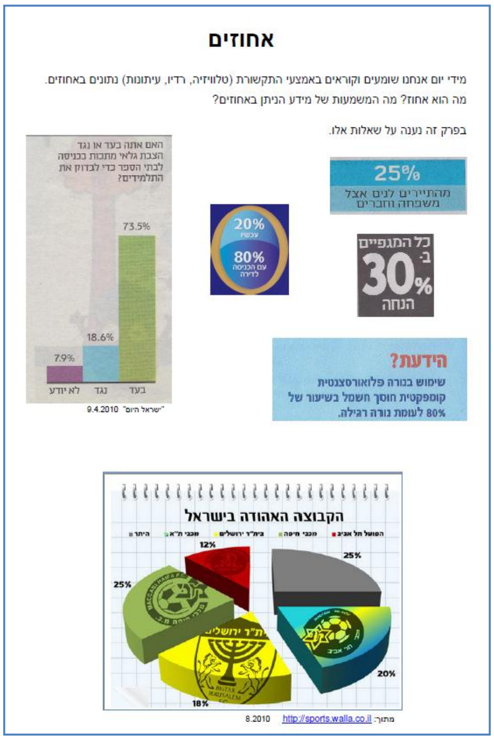
נושא האחוזים נלמד בשני סבבים.

סבב 1: מהו אחוז, משברים לאחוזים, הצורך באחוזים, מאחוזים לשברים, חישוב ערך האחוז – בדרך חשבונית.

סבב 2: אחוזים ללא מחשבון, אחוזים מיוחדים – "עוגנים", השלמה ל- 100%, חישוב גודל חסר בדרך אלגברית, על יותר מ- 100%, הוזלות והתייקרויות.

מבנה הפרק: עמודים 2 - 17

עמוד 2: חשיפה לנתונים באחוזים שהתלמידים חשופים אליהם מידי יום. ייצוג מילולי, ייצוג בדיאגרמת עמודות וייצוג בדיאגרמת עוגה.



מומלץ לקיים דיון עם התלמידים:

"כל המגפיים ב- 30% הנחה": קנית מגפיים ב- 100 שקלים.

כמה תשלם?

"25% מהתיירים לנים אצל משפחה וחברים": מה פירוש הדבר?

עמוד 3: **מהו אחוז?**

מהו אחוז?

במקום להגיד 12 מאיות של כמות, או $\frac{12}{100}$ של כמות, אפשר להגיד 12 אחוזים של אותה כמות.

12 אחוזים מסמנים באופן הבא: 12%.

אחוז (1%) של כמות הוא שם אחר למאית $\left(\frac{1}{100}\right)$ של אותה כמות.

"4 אחוזים": כותבים **4%**. אומרים: **"ארבעה אחוזים"**.

"9 אחוזים": כותבים **9%**. אומרים: **"תשעה אחוזים"**.

"32 אחוזים": כותבים **32%**. אומרים: **"שלושים ושניים אחוזים"**.

הזדמנות לעברית נכונה: קריאה נכונה של מספרים.

חשוב לזכור: השברים הם גם מספרים "טהורים" עצמים מתמטיים העומדים בפני עצמם (המספרים הרציונליים). האחוזים לעומת זאת אינם מספרים בפני עצמם הם תמיד חלק מתוך "שלם".

לדוגמה: חצי אינו שווה ל- 50%. חצי של כמות הם 50% של אותה כמות.

לכן, בהשוואה בין שבר ואחוז של אותה כמות משתמשים בחץ ולא בסימן "=".

עמודים 3 – 8: משברים לאחוזים

משברים לאחוזים: הרחבה לשבר שהמכנה שלו הוא 100 (כלומר למאיות). בהרחבה למכנה של 100 מתקבל שבר בו המספר במונה הוא האחוז.

לחילופין ניתן לכפול את השבר ב- 100.

הכפל ב- 100 מבטל את המכנה של 100 ומתקבל האחוז עצמו.

משברים לאחוזים

דוגמה 1

השבר $\frac{37}{100}$ הוא חלק מכמות.

נכתוב אותו כאחוזים: $\frac{37}{100} \rightarrow 37\%$

$\frac{37}{100}$ של כמות הם 37% של אותה כמות.

שלושים ושבעה אחוזים של אותה כמות.

דוגמה 2

השבר $\frac{21}{100}$ הוא חלק מכמות.

נכתוב אותו כאחוזים: $\frac{21}{100} \rightarrow 21\%$

$\frac{21}{100}$ של כמות הם 21% של אותה כמות.

עשרים ואחד אחוזים של אותה כמות.

התרגילים מדורגים: תרגיל 1 עמוד 3 כל המכנים הם 100. תרגיל 2 עמוד 4 מכנים שקל להרחיבם ל- 100. תרגיל 3 עמוד 6 מכנים שלא נוח להרחיבם ל- 100. יותר נוח לכפול את השבר ב- 100. מומלץ לבחור 3 תרגילים ולבקש מהתלמידים לפתור אותם בשתי הדרכים: גם הרחבה למכנה של 100 וגם כפל ב- 100.

את החישובים ניתן לבצע באמצעות המחשבון.

דוגמה 3

השבר $\frac{17}{50}$ הוא חלק מכמות.

כדי לכתוב אותו כאחוזים, נרחיב אותו לשבר שהמכנה שלו הוא **100**.

$$\frac{17}{50}=\frac{34}{100}$$

להרחיב שבר: לכפול מונה ומכנה באותו מספר.

$$\frac{17}{50}\overset{\cdot 2}{=}\frac{34}{100}$$

$\frac{17}{50}$ של כמות הם $\frac{34}{100}$ של אותה כמות. כלומר הם **34%** של אותה כמות.

למדנו שתי דרכים להמרה של שבר לאחוזים:

- הרחבה לשבר שהמכנה שלו הוא 100
- הכפלה של השבר ב- 100

$\frac{7}{40} \rightarrow \frac{7}{40}\cdot 100 \rightarrow \frac{700}{40} \rightarrow 17\frac{1}{2}$

$\frac{7}{40}$ של כמות הם $17\frac{1}{2}\%$ של אותה כמות

דוגמאות נוספות לשברים שנוח יותר לכפול אותם ב- 100:

$\frac{1}{3}$ של כמות הם $33\frac{1}{3}\%$ של אותה כמות: $\frac{1}{3}\cdot 100 = 33\frac{1}{3} \rightarrow 33\frac{1}{3}\%$

$\frac{3}{8}$ של כמות הם $37\frac{1}{2}\%$ של אותה כמות: $\frac{3}{8}\cdot 100 = 37\frac{1}{2} \rightarrow 37\frac{1}{2}\%$

$\frac{7}{200}$ של כמות הם **3.5%** של אותה כמות: $\frac{7}{200}\cdot 100 = 3.5 \rightarrow 3.5\%$

עמודים 6 – 8 שאלות מילוליות. בשאלות 4-11 השלם ונתונה הכמות החלקית. יש לכתוב כשבר ולאחר מכן להמיר את השבר לאחוז.

שאלות 12 – 16 לא נתונות כמויות אלא החלק בלבד. בתרגיל 16 נשאלת השאלה "האם ניתן לדעת את הכמות השלמה?"

עמוד 9: למה צריך אחוזים? את ההקנייה מומלץ לערוך כשהספר סגור.

הצגה של השוואה בין שברים לעומת השוואה בין אחוזים: ההשוואה באחוזים היא דרך מקובלת נוחה להשוואה, מביאים את השברים למכנה משותף של 100.

שאלות מילוליות בעמודים 10 – 11. בחלקן נתונה הכמות השלמה (לדוגמה: שאלות 1 , 2 , 5) ובחלקן יש צורך לחשב תחילה את הכמות השלמה (לדוגמה שאלות 3 , 4 , 6 , 7).

עמודים 12 – 13: **מאחוזים לשברים.** המרה של אחוזים לשברים: כתיבה של האחוז כשבר שמכנהו 100. צמצום השבר.

תרגיל 3: מאפשר דיון בשאלה "האם ניתן לדעת את אחוז המשפחות בעלות מכונית אחת בלבד?"

עמודים 13 – 17: חישוב ערך האחוז בדרך חשבונית: המרה של האחוז לשבר והכפלת השבר בכמות השלמה.

מומלץ לבקש מהתלמידים לכתוב לכל שאלה מה הם: האחוז, הכמות השלמה, וערך האחוז, כמו בשאלה 2.

בסבב השני נחזור ונחשב את ערך האחוז גם בחישובים מנטליים וגם באמצעות נוסחה.

עמוד 18: נחזור ונתרגל.

שאלות חזרה בנושא יחס ופרופורציה. מומלץ לערוך תזכורת על הנושא לפני פתרון השאלות.

משוואות ושאלות מילוליות בשני נעלמים ממעלה ראשונה: עמודים 19 – 47

תיקוני טעויות: עמוד 19: בכותרת נשמטה המילה האחרונה "ראשונה".

עמוד 32: נחזור ונתרגל שאלה 2 שורה ראשונה - בסוף המשפט חסרה המילה "לימון".

מבנה הפרק:

מופיע בשלושה סבבים:

סבב I: מהי משוואה בשני נעלמים.

מהו פתרון של משוואה בשני נעלמים.

הצגה גרפית של פתרונות המשוואה בשני נעלמים ממעלה ראשונה.

סבב II: פתרון בדרכים אלגבריות.

סבב III: טיפול אלגברי במשוואות שאין להן פתרון ומשוואות בהן אינסוף פתרונות, משוואות בהן כל פתרון של המשוואה האחת הוא גם פתרון של המשוואה השנייה.

סבב I: (7 שיעורים)

עמוד 19: זיהוי משוואה בשני נעלמים ממעלה ראשונה.

תרגיל 1: תרגיל זיהוי עם ביקורת עצמית. ("האם מצאתם את כולן?")

בפרק זה נעסוק במשוואות בשני נעלמים ממעלה ראשונה.

דוגמאות:

$x^1 = x$

$y^1 = y$

3x + 7 = 8 היא משוואה בנעלם אחד ממעלה ראשונה: הנעלם x הוא בחזקת 1.

y = 3x – 4 היא משוואה בשני נעלמים ממעלה ראשונה: הנעלמים הם x ו- y. כל אחד מהנעלמים הוא בחזקת 1.

$2a^2 + 5a = 10$ היא משוואה בנעלם אחד ממעלה שנייה: הנעלם a. המעריך הגבוה ביותר של a הוא 2.

2x + 5y = 12 היא משוואה בשני נעלמים ממעלה ראשונה: הנעלמים הם x ו- y. גם x וגם y הם בחזקת 1.

מעלת המשוואה נקבעת על ידי המעריך הגבוה ביותר של הנעלם או הנעלמים.

תרגיל 1

לפניכם 16 משוואות.

א. 12 משוואות הן משוואות בשני נעלמים. מצאו אותן.

ב. מצאו, מבין אלו שזיהיתם בסעיף (א), את המשוואות שהן ממעלה ראשונה.

א.	$13x + 7y^2 = 25$	**ט.**	$4x^2 = 2y + x$
ב.	$12 + 5 = 7y^2$	**י.**	$18 = 3a – 2a$
ג.	$6x = 2y + 1$	**יא.**	$2x = y$
ד.	$5 = 3a^2 + 2b^2$	**יב.**	$x – y = 0$
ה.	$10 + x = 3x – 1$	**יג.**	$2x + x^3 + 3y – y^2 = 30$
ו.	$2x – 4 + 3x^2 = x$	**יד.**	$3(2x + y) = 15$
ז.	$x = 5 – y^2$	**טו.**	$4x + 8y = 4x + 16y$
ח.	$\frac{x+y}{2} + \frac{x-y}{3} = 1$	**טז.**	$y = 2x^2 – 1$

6 משוואות הן משוואות בשני נעלמים ממעלה ראשונה. האם זיהיתם את כולן?

עמודים 20 – 22: מהו פתרון של משוואה בשני נעלמים?

מציאת הפתרון באמצעות הצבה ובדיקה.

בהקנייה התייחסות גם לצורת הכתיבה.

פתרון למשוואה בשני נעלמים הוא **זוג מספרים** שאם נציב אותם במקום הנעלמים יתקיים שוויון.

דוגמה 1

נתונה המשוואה: **x – 2y = 7**

$y = 1$; $x = 9$ הוא פתרון למשוואה נבדוק: $9 – 2\cdot1 \overset{?}{=} 7$

$7 = 7$ ✓

$y = -1.5$; $x = 4$ הוא פתרון למשוואה נבדוק: $4 – 2\cdot(-1.5) \overset{?}{=} 7$

$4 + 3 \overset{?}{=} 7$

$7 = 7$ ✓

$y = 0$; $x = 9$ **אינו** פתרון למשוואה נבדוק: $9 – 2\cdot0 \overset{?}{=} 7$

$9 – 0 \overset{?}{=} 7$

$9 \neq 7$ ✗

אלו מבין הזוגות הבאים הם פתרונות למשוואה זו?

א. $y = 4$; $x = 15$ **ב.** $y = 3$; $x = 10$ **ג.** $y = 0$; $x = 7$

מסקנה:

למשוואה בשני נעלמים יש **אינסוף פתרונות**.

כל פתרון הוא **זוג סדור** של מספרים (x , y).

המספר הראשון בזוג הסדור הוא הערך של x, **והמספר השני** הוא הערך של y.

עמודים 23 – 24: נתונה משוואה בשני נעלמים. נתון ערכו של אחד הנעלמים. נחשב את ערכו של הנעלם השני. הקנייה של הצבה ובדיקה (כתיבה נכונה).

עמודים 25 – 29: הקו הישר הוא הייצוג הגרפי של משוואה בשני נעלמים ממעלה ראשונה, כהכנה לפתרון בדרך גרפית של מערכת משוואות בשני נעלמים ממעלה ראשונה. הייצוג הגרפי מוכר לתלמידים מנושא הפונקציות. במסגרת נושא הפונקציה התלמידים למדו לסרטט גרף של פונקציה (ופונקציה קווית בפרט), ולמדו לחשב את נקודות החיתוך עם הצירים. הזדמנות לחזרה על הפונקציה הקווית ושימוש בידע זה לפתרון מערכת משוואות בשני נעלמים ממעלה ראשונה..

משוואת הקו הישר מוצגת הן בצורה המפורשת: y = ax + b והן בצורה הסתומה: ax + by = c. לסרטוט ישר יש למצוא שתי נקודות המקיימות את משוואת הישר. מומלץ להרגיל את התלמידים למצוא נקודה שלישית שתשמש כביקורת לנכונות הפתרון. למציאת שתיים מהנקודות בחרנו, בהצגה בצורה הסתומה, להציב x = 0 ולאחר מכן y = 0 (כאשר שיעורי הנקודות הם מספרים נוחים לסימון במערכת צירים). אם פותחו הרגלים אחרים אפשר להשתמש בהם. הנקודות הנבחרות מוצגות בטבלה.

לסרטוט גרף של משוואה בשני נעלמים:

- נמצא שני זוגות סדורים של מספרים שהם פתרון למשוואה.
  (מומלץ למצוא גם נקודה שלישית לצורך ביקורת).
  למציאת שתי נקודות לעיתים נוח: 1. להציב x = 0 ולחשב את y.
  2. להציב y = 0 ולחשב את x.
  הצבות אלו הן קלות לחישוב.
- נסמן את הנקודות במערכת צירים ונחבר אותן בקו.

עמודים 29 – 32: מהי מערכת משוואות בשני נעלמים ממעלה ראשונה? ומהו פתרון של מערכת?

פתרון של מערכת משוואות בשני נעלמים הוא הפתרון המשותף של שתי המשוואות.

תרגיל 1

למציאת הפתרון של המערכת מצאו את הפתרון המשותף של שתי המשוואות

נתבונן במערכת (ב):
$$\begin{cases} 2x + y = 18 & (1) \\ 4x - y = 12 & (2) \end{cases}$$

מתחת לכל אחת משתי המשוואות רשומים חלק מהפתרונות שלה.

מה הוא הפתרון של המערכת?

(2) $4x - y = 12$

(0 , -12) (5 , 8) (2 , -4)

(4 , 4) (3 , 0) (1 , -8)

(1) $2x + y = 18$

(1 , 16) (8 , 2) (5 , 8)

(-1 , 20) (0 , 18) (9 , 0)

פתרון של מערכת משוואות בשני נעלמים הוא הפתרון המשותף של שתי המשוואות

שילוב של שאלות מילוליות מהסוג של שאלות כדאיות שלפתרון הגרפי שלהם יש ערך מוסף: מקבלים אינפורמציה מתי כדאי לבחור בדרך אחת ומתי בדרך אחרת.

משוואות מיוחדות: אין פתרון ואינסוף פתרונות (לא כל זוג מספרים הוא פתרון אלא כל זוג הפותר משוואה אחת הוא גם פתרון של המשוואה השנייה).

תובנה מתמטית: איך אפשר לזהות מתוך המשוואות שבמערכת אם יש לה פתרון אחד, אין פתרון או אינסוף פתרונות, רק במערכות משוואות בהן ניתן לזהוי פשוט בלי מניפולציות, כמו סכום שני מספרים הוא 5 וגם 7. או משוואה אחת היא כפולה שלמה של משוואה שנייה וכו.

עמודים 33 – 35: פתרון גרפי של מערכת משוואות בשני נעלמים ממעלה ראשונה.

עמודים 36 – 40: שאלות מילוליות. מחולקות לשני סוגים:

שאלות כלליות ושאלות כדאיות.

הצורך בבניית מערכת משוואות על פי נתוני השאלה. ולאחר מציאת הפתרון מתן תשובה מילולית ובדיקה בהתאם לנדרש בשאלה.

דוגמה 1

מצאו שני מספרים x ו- y שסכומם 110 והפרשם 50.

א. מערכת המשוואות לא נתונה. נבנה אותה.

מספר אחד: x מספר שני: y

סכום שני המספרים: $x + y$ משוואה מתאימה:

הפרש שני המספרים: $x - y$ משוואה מתאימה:

$$\begin{cases} x + y = 110 & (1) \\ x - y = 50 & (2) \end{cases}$$

בהקנייה ובתרגילים הראשונים: שימוש בצבעים שונים להדגשת הנתונים המשמשים לבנייה של כל אחת מהמשוואות.

בפתרון גרפי של שאלות כדאיות מקבלים לא רק את פתרון המערכת. הגרף מספק אינפורמציה נוספת: באיזה תחום כדאי לבחור בדרך אחת ובאיזה תחום כדאי לבחור בדרך האחרת?

דוגמה 2

בחברת המוניות "המהיר":

מחיר הנסיעה מורכב מסכום קבוע של **10** שקלים ותשלום של שני שקלים לכל דקת נסיעה.

בחברת המוניות "זהיר":

מחיר הנסיעה מורכב מסכום קבוע של **15** שקלים ותשלום של שקל אחד לכל דקת נסיעה.

עבור כמה דקות נסיעה התשלום בשתי החברות שווה?

א. נתרגם את ההיגדים שבשאלה למשוואות.

x – מספר דקות הנסיעה.

y – מחיר הנסיעה.

משוואה למחיר בחברת "המהיר":

מחיר קבוע, מחיר לדקה, מספר דקות הנסיעה

$y = 10 + 2x$

משוואה למחיר בחברת " זהיר":

מחיר קבוע, מחיר לדקה, מספר דקות הנסיעה

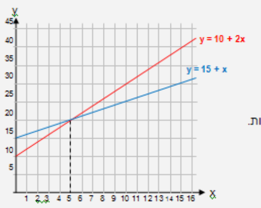
$y = 15 + 1x$

קיבלנו מערכת משוואות:

$$\begin{cases} y = 10 + 2x & (1) \\ y = 15 + x & (2) \end{cases}$$

ב. נפתור.

נסרטט את הגרפים של שתי המשוואות.



בשתי החברות ישלמו 20 שקלים עבור נסיעה של 5 דקות.

הגרף מספק אינפורמציה נוספת:

- משמאל לנקודת החיתוך (5 , 20) הישר האדום נמצא מתחת לישר הכחול: לנסיעה קצרה מחמש דקות כדאי לנסוע בחברת "המהיר".
- מימין לנקודת החיתוך הישר האדום נמצא מעל לישר הכחול: לנסיעה ארוכה מחמש דקות כדאי לבחור בחברת "זהיר".

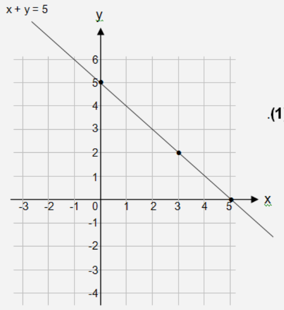
עמודים 41 – 46: פתרון גרפי של מערכות משוואות מיוחדות. הצגה של מערכות משוואות שבייצוג הגרפי שלהן מתקבלים ישרים מקבילים ישרים מתלכדים.
בדוגמה בה הייצוג הגרפי הוא ישרים מתלכדים, מסורטט ישר אחד והתלמידים מתבקשים להוסיף למערכת הצירים את הישר השני.
יש להדגיש כי אינסוף פתרונות אין הכוונה שכל זוג מספרים הוא פתרון למערכת, אלא, כל זוג מספרים הפותר משוואה אחת הוא פתרון גם של המשוואה השנייה. (בתהליך ההקנייה היה נתון הייצוג הגרפי של פתרונות משוואה אחת, וכשהתלמידים הוסיפו את הישר השני מצאו כי מתקבל בדיוק אותו ישר.)

דוגמה 2

נפתור את מערכת המשוואות הבאה.

$$\begin{cases} x + y = 5 & (1) \\ 2x + 2y = 10 & (2) \end{cases}$$

הישר במערכת הצירים הוא הגרף של משוואה **(1)**.



סרטטו במערכת צירים זאת את הגרף של משוואה (2).

מה קיבלתם?

שני הישרים הם למעשה אותו ישר.

הקו הישר שמשוואתו $x + y = 5$ הוא אותו קו ישר שמשוואתו $2x + 2y = 10$.

כמה נקודות חיתוך יש לשני הישרים?

כל הנקודות על הישר האחד הן נקודות משותפות לשני הישרים.

ישרים אלו נקראים **ישרים מתלכדים**

למערכת משוואות זו **אינסוף פתרונות**.

בעמוד 44 התאמה בין מערכת משוואות לתיאור הגרפי המתאים.

עמודים 45 – 47: נתבונן תחילה. האם ניתן לזהות מערכות משוואות שאין להן פתרון או שיש להן אינסוף פתרונות?

לדוגמה: מערכת משוואות המציגות סכום של אותם שני מספרים כאשר באחת המשוואות הסכום הוא 1 ובאחרת הסכום הוא 4. האם ייתכן?

או שתי משוואות שהאחת היא כפולה של השנייה.

המקדמים במשוואות הם מספרים שלמים בתחום העשר כך שלתלמידים לא יהיה קושי להשתמש באינטואיציה ולזהות את המצב ההדדי של הישרים המייצגים את המשוואות.

בעמוד 45 סעיף א' מציג את הייצוג האלגברי והגרפי זה ליד זה. בסעיף ב' נתון הייצוג האלגברי וליד כל מערכת שלושה המצבים ההדדיים האפשריים. על התלמידים לזהות את המצב ההדדי של הישרים: מקבילים, מתלכדים או נחתכים.

תרגילים 8 – 9 יישום על פי שיקול דעת המורה בהתאם לרמת הכיתה. לתת לכל התלמידים או רק לחלקם או לדלג על שאלות אלו.

עמוד 47: נתונות שלוש מערכות משוואות. בפתרון הגרפי אין אפשרות להגיע לפתרון מדוייק. שיעורי נקודת החיתוך אינם מספרים שלמים, או נקודת החיתוך נמצאת מחוץ לסרטוט שבמחברת.

הקושי במציאת הפתרון המשותף מביא לצורך בדרכים נוספות לפתרון מערכות משוואות בשני נעלמים ממעלה ראשונה.

אחוזים עמודים 48 – 73 (6 שיעורים)

תיקוני טעויות: עמוד 50: דוגמה 5 סעיף ב': התשובה: לתומר 60 מדבקות שקופות (ולא 30).

עמוד 58: תרגילים 2, 4 בטבלאות: הכותרת בעמודה השמאלית צריכה להיות "מחיר בשקלים".

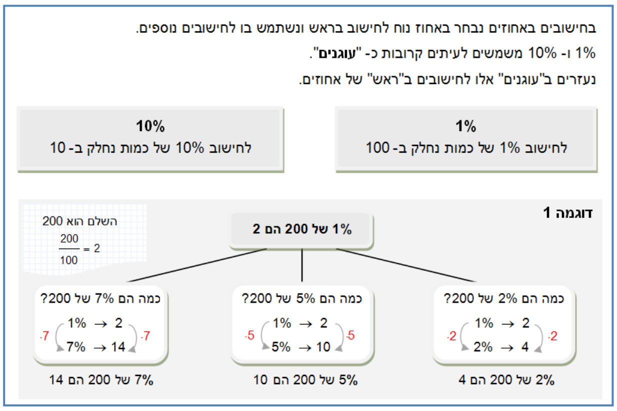
עמוד 61 תרגיל 7. למחוק את המילים "בשכבת כיתות ז'" שבשורה השנייה.

סבב II: חישובים ללא מחשבון. שימוש ב"עוגנים".

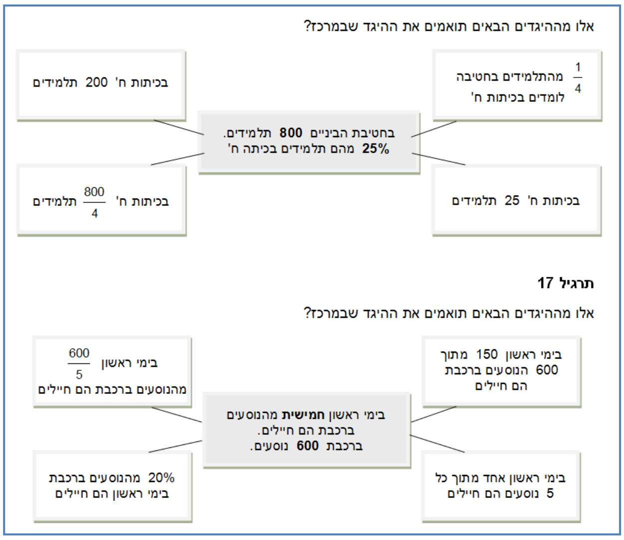
חישובים מנטליים בראש (ללא מחשבון). אחד הקשיים של תלמידים מתקשים הוא הזכרון. לכן כאשר מדברים על חישוב בראש

הכוונה היא לשלב גם כתיבה: התרגיל כתוב על הלוח. מלמדים את התלמידים את השלבים: אחרי כל שלב לכתוב

במחברת את תוצאות הביניים.
1% ו- 10% מוצגים כ"עוגנים". לחישוב 1% מחלקים ב- 100.
לחישוב 10% מחלקים ב- 10.
החישובים ללא מחשבון במספרים שהתלמידים יוכלו להתמודד אתם.



עמוד 52: אחוזים שימושיים נוספים - אפשר לדלג.
עמוד 53: ניסוחים בדרכים שונות.
עמוד 54: שאלות אומדן. לפיתוח האינטואיציה.
נעזרים באחוזים שכדאי לזכור.
עמודים 55 – 56: השלמה ל- 100%

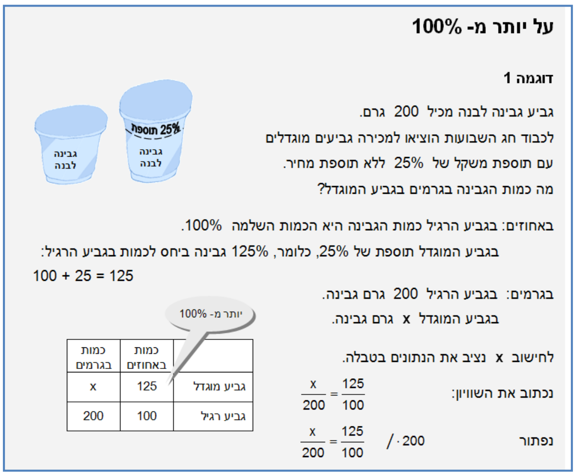


עמודים 57 – 66: שימוש בטרמינולוגיה הכמות השלמה (100%), האחוז (הכמות החלקית באחוזים), וערך האחוז. הצגת הקשר ביניהם:

$$\frac{\text{האחוז}}{100} = \frac{\text{ערך האחוז}}{\text{הכמות השלמה}}$$

פתרון שאלות בדרך אלגברית.
שאלות בהן עוסקים רק באחוזים קטנים מ- 100%.
לפתרון השאלות שימוש במחשבון. מומלץ לשלב את החישובים המנטליים והשימוש בעוגנים עם שאלות החישוב אותן פותרים בדרך אלגברית. נעגל את המספרים ונבדוק אם התשובה הגיונית.
ההקנייה לפי סוגי שאלות בסדר הבא: חישוב ערך האחוז, חישוב האחוז וחישוב הכמות השלמה.
הצגת הנתונים בטבלה ופתרון באמצעות שוויון בין היחסים.
אין הפרדה בדרך הפתרון של שלושת המצבים. יש נוסחה אחת שלתוכה יוצקים את כל המצבים.
ההבדל הוא "במי הוא ה- x?" מה היא הכמות השלמה? זיהוי הנתונים והצבתם בטבלה. בהקנייה השאלות ממויינות לפי סוגים. אחרי הקנייה של כל שלושת הסוגים: שאלות מעורבות מסוגים שונים.
בחישוב הכמות השלמה המלצה להשוות את היחסים כך ש- x יופיע תמיד במונה. יותר קל לפתור את המשוואה.
פתרון המשוואה באמצעות כפל במכנה.

עמודים 66 - 70: אחוזים גדולים מ- 100%: הגדלה, התייקרות. הקשרים מחיי יום יום.
הטבלה אותה טבלה ודרך החישוב זהה לזו שלמדו.



על יותר מ- 100%

דוגמה 1

גביע גבינה לבנה מכיל 200 גרם.
לכבוד חג השבועות הוציאו למכירה גביעים מוגדלים
עם תוספת משקל של 25% ללא תוספת מחיר.
מה כמות הגבינה בגרמים בגביע המוגדל?

באחוזים: בגביע הרגיל כמות הגבינה היא הכמות השלמה 100%.
בגביע המוגדל תוספת של 25%, כלומר, 125% גבינה ביחס לכמות בגביע הרגיל:
$100 + 25 = 125$

בגרמים: בגביע הרגיל 200 גרם גבינה.
בגביע המוגדל x גרם גבינה.

לחישוב x נציב את הנתונים בטבלה.

	כמות באחוזים	כמות בגרמים
גביע מוגדל	125	x
גביע רגיל	100	200

נכתוב את השוויון: $\frac{125}{100} = \frac{x}{200}$

נפתור $\frac{125}{100} = \frac{x}{200}$ $/ \cdot 200$

בתרגול: שאלות 15 -17 שאלות המעידות על הבנה של מושג האחוז. אופציונלי מותנה בכיתה.

עמודים 71 – 73: טיפול בשני שינויים: 2 התייקרויות
או 2 הנחות, התייקרות ואחריה הנחה וכו'. מרבית השאלות איכותניות. – אופציונלי מותנה בכיתה.

עמוד 74: נחזור ונתרגל משמעות הפתרון של משוואה ממעלה ראשונה בשני נעלמים.