קפ"ל לכיתה ט'
מדריך למורה

חזקות – עמודים 48 – 75

הפרק עוסק בנושאים הבאים: חזרה על חזקות עם מעריך טבעי, פעולות בין חזקות וכתיב מדעי של מספרים.

עמודים 48 – 52: חזרה על חזקות עם מעריך טבעי כאשר הדגש הוא על הגדרת החזקה ככפל חוזר של הבסיס, הקפדה על זיהוי בסיס החזקה, וחזרה על חזקות והסכמי סדר פעולות החשבון.

בתרגילים 1 – 6 תרגילים בסיסיים הכוללים חזרה על זיהוי בסיס החזקה ומעריך החזקה ומעבר מתרגיל כפל בו הכופלים שווים לכתיב חזקות וההיפך.

עמודים 49 – 51

עוסקים בחזקות והסכמי סדר פעולות החשבון כאשר מושם דגש על זיהוי בסיס החזקה בפרק במקרים בהם משולבים מספרים שליליים וביטויים, ועל ההבדל בין מינוס בתוך הסוגריים למינוס מחוץ לסוגריים.

נדייק בזיהוי – מיהו בסיס החזקה

דוגמה 1

נפתור את התרגילים הבאים:

$4^2 = 4\cdot4 = 16$ מיהו בסיס החזקה?

$(-4)^2 = (-4)\cdot(-4) = 16$ מיהו בסיס החזקה?

$-4^2 = -(4\cdot4) = -16$ מיהו בסיס החזקה?

בתרגיל: $-4^2 =$ בסיס החזקה הוא 4.

על פי ההסכמים של סדר פעולות החשבון מבצעים תחילה את פעולת החזקה 4^2.

$4^3 = 4\cdot4\cdot4 = 64$ מיהו בסיס החזקה?

$(-4)^3 = (-4)\cdot(-4)\cdot(-4) = -64$ מיהו בסיס החזקה?

$-4^3 = -(4\cdot4\cdot4) = -64$ מיהו בסיס החזקה?

בתרגיל: $-4^3 =$ בסיס החזקה הוא 4.

על פי הסכמי סדר פעולות החשבון מבצעים תחילה את פעולת החזקה 4^3.

עמוד 49: הנושא הסכמי סדר פעולות החשבון הכולל חזקות מתחיל זיהוי של סוג הביטוי: סכום, מכפלה ומנה. זיהוי של ביטוי חיבורי וביטוי כפלי.

בכל אחד מהביטויים הבאים יש פעולת חשבון בין שתי חזקות.
לשתי החזקות בסיסים שווים.

א. בביטוי $15^3 + 15^4$ יש פעולת **חיבור** בין שתי חזקות.
ביטוי זה הוא **סכום** של שתי חזקות בעלות בסיסים שווים.

ב. בביטוי $15^3 \cdot 15^4$ יש פעולת **כפל** בין שתי חזקות.
ביטוי זה הוא **מכפלה** של שתי חזקות בעלות בסיסים שווים.

ג. הביטוי $7^3 : 7^4$ יש פעולת **חילוק** בין שתי חזקות.
ביטוי זה הוא **מנה** של שתי חזקות בעלות בסיסים שווים.

ד. גם בביטוי $\frac{3^7}{3^4}$ יש פעולת **חילוק** בין שתי חזקות.
גם ביטוי זה הוא **מנה** של שתי חזקות בעלות בסיסים שווים.

מומלץ לפני הפתרון לבדוק מהו מבנה התרגיל כמודגם בדוגמאות.

דוגמה 2

נפתור את התרגיל: $5\cdot4^3 =$

$5\cdot4^3 =$

פעולת החזקה קודמת לפעולת הכפל $5\cdot64 = 320$

$5\cdot4^3$
מכפלה בת שני כופלים
כופל אחד: 5
כופל שני: 4^3 בסיס החזקה: 4
מעריך החזקה: 3

דוגמה 3

נפתור את התרגיל: $(-2)^3\cdot3^3+5\cdot2^4 =$

פעולת החזקה קודמת לפעולת הכפל $(-2)^3\cdot3^3+5\cdot2^4 =$

פעולת הכפל קודמת לפעולת החיבור $-8\cdot27+5\cdot16 =$

$-216+80=-136$

$(-2)^3\cdot3^3+5\cdot2^4$
סכום של שני מחוברים.
מחובר אחד: $(-2)^3\cdot3^3$
מחובר שני: $5\cdot2^4$

תרגיל 4 עמוד 51: ביטויים אלגבריים הכוללים חזקות – תרגול בהצבה וחישוב.

בתרגילי הצבה יש לוודא שהתלמידים מציבים נכון: משבצים סוגריים בהתאם לצורך ומציבים אותו ערך עבור המשתנה בכל אחת מהפעמים שהמשתנה מופיע.
מומלץ להדגיש שוב את ההבדל בין מינוס בתוך הסוגריים למינוס מחוץ לסוגריים.

עמודים 52 – 70 חוקי החזקה.

הרעיון המרכזי בפרק הוא שחוקי החזקה עוזרים לנו ל"הגמיש" את סדר ביצוע הפעולות במקרים בהם זה כדאי. שלושה הרעיונות המתמטיים שבאים לידי ביטוי בפרק הם: הגדרת החזקה כהרחבה של ידע קודם, חוקים שעוזרים לנו להגמיש את סדר ביצוע פעולות החשבון, ו"כפיה" של ההסתכלות על התרגיל באופן שמאפשר להשתמש בחוקים. כאשר אנו נמצאים בתחום המספרי ניתן לעקוף את החוקים גם אם זה לא תמיד נוח, ואילו בתחום האלגברי ידיעת החוקים והשימוש בהם הם הכרחיים.

לדוגמה, כאשר נתון התרגיל $25^3 \cdot 4^3$ על פי סדר פעולות החשבון היה עלינו לחשב תחילה כמה הם 25^3, כמה הם 4^3 ואז את המכפלה. שימוש בחוקי החזקה מאפשר לחשב תחילה כמה הם $25 \cdot 4$ ואז לחשב את החזקה 100^3. או כאשר נתון התרגיל $8^6 : 8^4$ נוח יותר לחשב כמה הם 8^{6-4}.

כאשר נתון למשל, $3^3 \cdot 3^2$ נוח לעיתים לחשב כמה הם $27 \cdot 9$, במקום לחשב כמה הם 3^5. ואילו באלגברה לא ניתן לחשב תחילה את ערך כל אחד מהגורמים במכפלה $3^n \cdot 3^k$ ולכן משתמשים בחוקי החזקה. בדומה לחוקי החשבון החילוף, הקיבוץ והפילוג שמאפשרים לשנות את סדר ביצוע הפעולות בתרגיל. חוקים המיושמים בהתאם להקשר התרגיל.

כאשר מלמדים את חוקי החזקה יש לוודא שהתלמידים מזהים האם מתקיימים התנאים הנדרשים לקיום החוק? אם כן, מהם, אם לא, מדוע הם לא מתקיימים. בקבוצות חלשות חלק נכבד מהפעילויות עוסקות בזיהוי התנאים לשימוש בחוקים.

הנושא פותח בהצגה של ביטויים בהם יש פעולות בין חזקות כדי להכין את התלמידים לגבי מה ילמדו בפרק זה.

בכל אחד מהביטויים הבאים יש פעולת חשבון בין שתי חזקות.
לשתי החזקות בסיסים שווים.

א. בביטוי $15^3 + 15^4$ יש פעולת **חיבור** בין שתי חזקות.
ביטוי זה הוא **סכום** של שתי חזקות בעלות בסיסים שווים.

ב. בביטוי $15^3 \cdot 15^4$ יש פעולת **כפל** בין שתי חזקות.
ביטוי זה הוא **מכפלה** של שתי חזקות בעלות בסיסים שווים.

ג. הביטוי $7^3 : 7^4$ יש פעולת **חילוק** בין שתי חזקות.
ביטוי זה הוא **מנה** של שתי חזקות בעלות בסיסים שווים.

ד. גם בביטוי $\frac{3^7}{3^4}$ יש פעולת **חילוק** בין שתי חזקות.
גם ביטוי זה הוא **מנה** של שתי חזקות בעלות בסיסים שווים.

בפרק זה נלמד לבצע פעולות בין חזקות.

תרגילים 6 – 10 תרגילי זיהוי.

בתרגיל 6: בדפי התובנות שליד חלק מהתרגילים הפניות לזיהוי בסיס החזקה.

לפניכם 12 תרגילים בהם יש לבצע פעולת חשבון בין שתי חזקות.

א. סמנו ב- ✓ ביטויים שהם **מכפלה** בין שתי חזקות.

ב. הקיפו את המכפלות בהן לשתי החזקות **בסיס שווה**.

א.	$5^2 + 5^2$		ה.	$1^5 \cdot 10^5$		ט.	$9^2 \cdot (-9)^2$	**שימו לב!** מהם בסיסי החזקות
ב.	$(-5)^2 \cdot (-5)^3$	בשתי החזקות הבסיס הוא (-5)	ו.	$(-15)^3 : (-15)^2$		י.	$(\frac{1}{2})^6 - (\frac{1}{2})^3$	
ג.	$6^3 \cdot 3^6$	בסיסי החזקות 3 , 6	ז.	$13^4 \cdot 13^5$		יא.	$-7^3 \cdot (-7)^3$	**שימו לב!** מהם בסיסי החזקות
ד.	$(\frac{1}{3})^2 \cdot (\frac{1}{4})^3$		ח.	$(\frac{1}{2})^3 \cdot (\frac{1}{2})^7$		יב.	$(-\frac{3}{4})^5 \cdot (-\frac{3}{4})^5$	

מכפלה של חזקות בעלות בסיסים שווים – עמודים 53 – 56

נדגים תחילה במליאת הכיתה את החוק למכפלה של חזקות כאשר הבסיסים הם מספרים, כמוצג בדוגמאות בעמוד 53. ביצוע התרגילים על-פי הגדרת החזקה והסכמי סדר פעולות החשבון.

נגיע להכללה מספרית ולאחריה הכללה אלגברית.

תרגילים 1 – 5 מתרגלים ישירות את החוק שנלמד.

חשוב לוודא שהתלמידים מזהים מתי ניתן להשתמש בחוק, כלומר מתקיימים שני תנאים:

1. יש מכפלה של חזקות
2. לחזקות בסיסים שווים.

בתרגיל 1 דגש על זיהוי באילו סעיפים ניתן להשתמש בחוק.

מומלץ לבקש מהתלמידים לנמק מדוע בסעיפים ז', ח', י', יב' לא ניתן להשתמש בחוק.

בסעיפים ד', ה', יג' חשוב לערוך דיון מפורש ולהסביר מדוע ניתן להשתמש בחוק, למרות שלכאורה אין כאן מכפלה של חזקות – שכן ניתן להציג את המספר 16 (בסעיף ד') כחזקה שהמעריך שלה הוא 1: 16^1.

תרגיל 1

לפניכם 12 מכפלות של שתי חזקות.

א. הקיפו מכפלות בהן ניתן להשתמש בחוק לכפל חזקות בעלות בסיסים שווים.

ב. כתבו כל מכפלה שהקפתם כחזקה.

א.	$3^2 \cdot 3^6$	ו.	$6^4 \cdot 6^5$	יא.	$(-8)^5 \cdot (-8)^{11}$	בדקו וסמנו: מכפלה של שתי חזקות ___ בסיס שווה ___ הבסיס השווה ___
ב.	$(-4)^3 \cdot (-4)^2$	ז.	$14^3 \cdot 3^{14}$	יב.	$12^6 \cdot (-12)^5$	
ג.	$5.3^4 \cdot 5.3^5$	ח.	$(-9)^6 \cdot 9^4$	יג.	$2.6^7 \cdot 2.6$	
ד.	$16 \cdot 16^9$	ט.	$(\frac{3}{5})^4 \cdot (\frac{3}{5})^3$	יד.	$(-\frac{1}{3})^4 \cdot (-\frac{1}{3})^5$	$16 = 16^1$
ה.	$10 \cdot 10^4$	י.	$(\frac{2}{3})^5 \cdot (\frac{3}{2})^3$	טו.	$(-\frac{1}{2})^4 \cdot (\frac{1}{2})^5$	

בתרגיל 2 שימוש ישיר בחוק של מכפלת חזקות בעלות בסיסים שווים גם כאשר יש יותר משתי חזקות.

תרגילים 3 - 4 תרגול מהכיוון ה"הפוך" השלמת מעריך החזקה או בסיס החזקה על סמך הכלל.

תרגיל 5 הרחבת השימוש בחוק על מכפלות בהן יותר משתי חזקות בעלות בסיסים שווים.

בתרגיל 6 שימוש בחוק במקרים בהם יש שני בסיסים שונים במכפלה: לחלק מהחזקות בסיס אחד ולחלק בסיס אחר.

בתרגיל 7 שימוש בכלל כאשר בסיסי החזקות הם משתנים.

בסעיפים הראשונים ניתן להגיע לכתיב מקוצר על-פי הגדרת החזקה ולא על פי הכלל לכפל חזקות בעלות בסיסים שווים.

דוגמה

$7^4 \cdot 2^2 \cdot 2^2 \cdot 7^2 =$

במכפלה ארבעה כופלים. לחלקם בסיס השווה 2 ולאחרים בסיס השווה 7.

נשנה את סדר הכופלים במכפלה: $\underbrace{7^4 \cdot 7^2}_{7^6} \cdot \underbrace{2^2 \cdot 2^2}_{2^4} =$

נקבל מכפלה של שתי חזקות בעלות בסיסים שונים: $7^4 \cdot 2^2 \cdot 2^2 \cdot 7^2 = 7^6 \cdot 2^4$

תרגיל 6

כתבו ביטויים שווי ערך בכתיב מקוצר.

א.	$3^5 \cdot 4^2 \cdot 3^2 =$	ד.	$(-9)^4 \cdot (-5)^2 \cdot (-5) =$	ז.	$(-2)^6 \cdot 4^2 \cdot (-2)^2 =$
ב.	$8^3 \cdot 5^2 \cdot 8^2 \cdot 5^3 =$	ה.	$(-3)^5 \cdot (-4)^2 \cdot (-3)^2 =$	ח.	$8 \cdot 8^2 \cdot 9^2 =$
ג.	$\left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 =$	ו.	$\left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^3 =$	ט.	$\left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^3 =$

מנה של חזקות בעלות בסיסים שווים – עמודים 56 - 63

במנה של חזקות אנו מבחינים בין 3 מקרים: כאשר מעריך המונה גדול ממעריך המכנה, כאשר מעריך המונה קטן ממעריך המכנה, וכאשר מעריך המונה שווה למעריך המכנה. לכל אחד מהמקרים טיפול נפרד.

לסיכום הצגת החוק האומר שמנה של חזקות בעלות בסיסים שווים שווה לחזקה שהמעריך שלה הוא הפרש המעריכים. הרחבת החוק מציגה את "ההגיון התוך מתמטי" להרחבת **ההגדרה** של החזקה למעריכים שאינם מספרים טבעיים (0 ומספר שלם שלילי).

לאחר ההקנייה של כל שלושת המקרים נדגים תרגילים בהם שילוב של מכפלות ומנה.

חשוב לסכם את ההתייחסות לסימן המעריך כמודגם ב"מה למדנו" בעמוד 61.

הקנייה של המקרה הראשון בו מעריך החזקה שבמונה גדול ממעריך החזקה שבמכנה. טיפול מדורג כפי שנעשה בהקנייה של החוק למכפלת חזקות בעלות בסיסים שווים.

ההקנייה על פי הגדרת פעולת החזקה: דוגמה במספרים ולאחר מכן הרחבה למקרה בו בסיס החזקה הוא משתנה.

דוגמה 1

א.	נתון התרגיל:	$\frac{8^7}{8^3} =$
	לפי הגדרת החזקה	$\frac{8^7}{8^3} = \frac{8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8}{8 \cdot 8 \cdot 8}$
	נצמצם	$\frac{8^7}{8^3} = \frac{8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot \cancel{8} \cdot \cancel{8} \cdot \cancel{8}}{\cancel{8} \cdot \cancel{8} \cdot \cancel{8}} =$
	קיבלנו	$8^{7-3} =$ 8^4

דוגמה 2

ב.	נתון התרגיל:	$\frac{y^5}{y^2} =$
	לפי הגדרת החזקה	$\frac{y^5}{y^2} = \frac{y \cdot y \cdot y \cdot y \cdot y}{y \cdot y}$
	נצמצם	$\frac{y^5}{y^2} = \frac{y \cdot y \cdot y \cdot \cancel{y} \cdot \cancel{y}}{\cancel{y} \cdot \cancel{y}} =$
	קיבלנו	$y^{5-2} =$ y^3

בתרגול: תרגילי זיהוי, יישום ישיר של הכלל ושילוב של תרגילים בהם יש גם כפל וגם חילוק של חזקות בעלות בסיסים שווים, ותרגילים אותם יש לפתור על פי הסכמי סדר פעולות החשבון.

בדיון על הסכמי סדר פעולות החשבון להדגיש את העובדה שקו שבר דינו כדין סוגריים. מחשבים לחוד את ערך הביטוי שבמונה, ולחוד את ערך הביטוי שבמכנה ורק לאחר מכן מחשבים את המנה.

תרגיל 4

חשבו. זכרו את הסכמי סדר פעולות החשבון.

השתמשו במידת האפשר בחוקים של כפל וחילוק חזקות בעלות בסיסים שווים.

דוגמאות $\frac{7^5}{7^3}+\frac{5^4}{5^2}=7^2+5^2=49+25=74$

חילוק קודם לחיבור. בכל מחובר נחשב את המנה.

$\frac{7^5+5^4}{7^3+5^2}=\frac{16{,}807+625}{343+25}=\frac{17{,}432}{368}$

קו שבר דינו כדין סוגריים. מחשבים לחוד את המונה ולחוד את המכנה.

כתבו את שלבי הפתרון לפי הדוגמה.

א. $\frac{2^5}{2^3}+\frac{3^3}{3}=$	ד. $\frac{2^5+2^3}{2^2}=$	ז. $\frac{3^3}{3^2}-\frac{2^4}{2^2}=$
ב. $\frac{2^5+3^3}{2^3+3}=$	ה. $\frac{2^5\cdot 2^3}{2^2}=$	ח. $\frac{3^3-2^4}{3^2-2^2}=$
ג. $\frac{5^2\cdot 5^3}{5^4}=$	ו. $\frac{(-4)\cdot(-4)^3}{(-4)^4}=$	ט. $\frac{(-4)^7}{(-4)^5}+\frac{(-3)^6}{(-3)^3}=$

ההקנייה של המקרה השני בו חילוק חזקות בעלות בסיסים שווים ומעריכים שווים.

דוגמה מספרית אותה פותרים בשתי דרכים:

1. על פי הכלל לחילוק חזקות בעלות בסיסים שווים שנלמד.
2. מנה בה המונה והמכנה שווים.

חזקה שהמעריך שלה שווה 0 שווה 1.

כדי שחוק זה ייראה הגיוני כך שיהיה קל לקבל זאת הצגה נוספת באמצעות סדרת מספרים עם חוקיות קבועה המובילה לכך ש: $a^0=1$.

בתרגיל $\frac{2^4}{2^4}$ מעריך המונה **שווה** למעריך המכנה.

אם נשתמש בחוק למנה של חזקות בעלות בסיסים שווים נקבל: $\frac{2^4}{2^4}=2^{4-4}=2^0$

מצד שני אנחנו יודעים כי מספר חלקי עצמו שווה 1: $\frac{2^4}{2^4}=1$

קיבלנו: $2^0 \leftarrow \frac{2^4}{2^4} \rightarrow 1$

לכן: $2^0=1$

חזקה (שהבסיס שלה שונה מ-0) **והמעריך שלה הוא 0 שווה 1:** $a^0=1$ $(a\neq 0)$

דני אומר: "אני יכול להבין כלל זה. אכתוב את סדרת התרגילים הבאה"

מהו המספר החסר במעריך? $2^{\square}$, 2^1 , 2^2 , 2^3 , 2^4 , 2^5

נחשב:
מהו המספר החסר במשבצת? $\square$, 2 , 4 , 8 , 16 , 32

:2 :2 :2 :2 :2

בכל החזקות הבסיס הוא **2**.
המעריכים מהווים סדרה יורדת של מספרים: ....2 , 3 , 4 , 5

סדרת המספרים:
... 2 , 4 , 8 , 16 , 32
סדרה יורדת בה כל מספר קטן פי 2 מזה שלפניו.

נוסיף את המספרים החסרים.
נקבל: $2^0 = 1$

שימוש בדרך זו של סדרת מספרים כדי להצדיק את החוק למנה של חזקות בעלות בסיסים שווים כאשר מעריך המונה קטן ממעריך המכנה.

בהמשך גם כאן שימוש בהגדרת החזקה להוכחת החוק.

נוסיף את המספרים החסרים.
נקבל: $2^0 = 1$

נדב אומר: "אמשיך את הסדרה ואקבל"

$2^{-1} = \frac{1}{2}$ $\left(\frac{1}{2}=\frac{1}{2^1}\right)$

$2^{-2} = \frac{1}{4}$ $\left(\frac{1}{4}=\frac{1}{2^2}\right)$

נבדוק אם נדב צודק.

בתרגיל $\frac{4^2}{4^5}$ מעריך המונה **קטן** ממעריך המכנה. נפתור:

לפי החוק למנה של חזקות בעלות בסיסים שווים: $\frac{4^2}{4^5}=4^{2-5}=4^{-3}$

וגם: $\frac{4^2}{4^5}=\frac{\cancel{4}\cdot\cancel{4}}{\cancel{4}\cdot\cancel{4}\cdot 4\cdot 4\cdot 4}=\frac{1}{4^3}$

קיבלנו: $4^{-3} \leftarrow \frac{4^2}{4^5} \rightarrow \frac{1}{4^3}$

לכן: $4^{-3}=\frac{1}{4^3}$

כפי שהוזכר בתחילת הנושא חשוב לסכם את ההתייחסות לסימן המעריך כמודגם ב"מה למדנו" בעמוד 61.

ולפתור את תרגיל 8: תרגיל זיהוי.

תרגילים 9 – 14 יישום של החוקים שנלמדו.

מה למדנו?

בחילוק חזקות בעלות בסיסים שווים:

מנה בה מעריך המונה **גדול** ממעריך המכנה היא חזקה ש**המעריך** שלה **חיובי**. $\frac{4^5}{4^2}=4^3$

מנה בה מעריך המונה **שווה** למעריך המכנה היא חזקה ש**המעריך** שלה הוא **0**. $\frac{6^5}{6^5}=6^0=1$

מנה בה מעריך המונה **קטן** ממעריך המכנה היא חזקה ש**המעריך** שלה הוא **שלילי**. $\frac{3^4}{3^6}=3^{-2}$

תרגיל 8

לפניכם 8 תרגילי חילוק.

משמאל לכל תרגיל נתונים שלושה היגדים המתייחסים לסימן של מעריך התוצאה.

א. בלי לפתור, הקיפו את סימן המעריך של התוצאה.

ב. פתרו את התרגילים.

$\frac{89^6}{89^{10}}=$	• מעריך חיובי • מעריך 0 • מעריך שלילי	**ה.**		$\frac{10^{11}}{10^8}=$	• מעריך חיובי • מעריך 0 • מעריך שלילי	**א.**
$\frac{5^7}{5^3}=$	• מעריך חיובי • מעריך 0 • מעריך שלילי	**ו.**		$\frac{3^4}{3}=$	• מעריך חיובי • מעריך 0 • מעריך שלילי	**ב.**
$\frac{(-14)^9}{(-14)^8}=$	• מעריך חיובי • מעריך 0 • מעריך שלילי	**ז.**		$\frac{(-2)^5}{(-2)^6}=$	• מעריך חיובי • מעריך 0 • מעריך שלילי	**ג.**
$\frac{10}{10^4}=$	• מעריך חיובי • מעריך 0 • מעריך שלילי	**ח.**		$\frac{1^3}{1^4}=$	• מעריך חיובי • מעריך 0 • מעריך שלילי	**ד.**

לסיכום "מה למדנו" הכולל הכללה של הכללים לכפל וחילוק חזקות בעלות בסיסים שווים, חזקה שהמעריך שלה הוא 0 והבסיס שונה מ- 0, חזקה בה המעריך שלילי והבסיס שונה מ- 0.

מה למדנו?

- לכפול חזקות בעלות בסיסים שווים. $\mathbf{a^n \cdot a^k = a^{n+k}}$
- לחלק חזקות בעלות בסיסים שווים. $\mathbf{\frac{a^n}{a^k}=a^{n-k}}$ $(a \neq 0)$
- חזקה בה הבסיס שונה מ- 0 והמעריך הוא 0 שווה 1: $\mathbf{a^0=1}$ $(a \neq 0)$
- חזקה בה הבסיס שונה מ- 0 והמעריך שלילי: $\mathbf{a^{-n}=\frac{1}{a^n}}$ $(a \neq 0)$

חזקה של מכפלה וחזקה של מנה – עמודים 63 - 64

הצגת החוקים במספרים ולאחר מכן הכללה אלגברית.

ההצגה על פי הגדרת החזקה ככפל חוזר של הבסיס.

תרגילים 3-4 יישום ישיר של החוקים.

תרגילים 5 – 13 שילוב כל הכללים בנושא פעולות בין חזקות שנלמדו עד כה.

מומלץ בחלק מהתרגילים לדון בסוג התרגיל ובכלל או הכללים המתאימים.

בעמוד 67 הצגה של כתיבה בשתי דרכים: אחת ללא מעריכים שליליים והשנייה עם מעריכים שליליים (ללא שברים).

חזקה של מכפלה $(a \cdot b)^n$

דוגמה

נחשב: $(2 \cdot 4)^3$

בסיס החזקה הוא מכפלה.

$(2 \cdot 4)^3 = (2 \cdot 4)\cdot(2 \cdot 4)\cdot(2 \cdot 4) =$

$2 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 4 =$

$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = 2^3 \cdot 4^3$

$(2 \cdot 4)^3 = 2^3 \cdot 4^3$

חזקה של מנה $\left(\frac{a}{b}\right)^n$ $(b \neq 0)$

דוגמה

נחשב: $\left(\frac{2}{3}\right)^4$

בסיס החזקה הוא מנה.

$\left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3} =$

$\frac{2\cdot2\cdot2\cdot2}{3\cdot3\cdot3\cdot3} = \frac{2^4}{3^4}$

$\left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{2^4}{3^4}$

דוגמאות

$$\frac{12a^4b^7}{4a^3b^3} = \frac{12a^4b^7}{4a^3b^3} = 3ab^4$$

$$\frac{24x^4y^5}{6x^6y} = \frac{24x^4y^5}{6x^6y} =$$

ללא שברים: $4x^{-2}y^4$

ללא מעריכים שליליים: $\frac{4y^4}{x^2}$

תרגיל 14

כתבו ביטויים שווי ערך ללא שברים.

א.	$\frac{12x^2y^3}{3xy}=$	**ג.**	$\frac{15a^4b^5}{3a^2b^3}=$	**ה.**	$\frac{4ab^2}{12a^2b^3}=$
ב.	$\frac{24x^2y^7}{4xy^2}=$	**ד.**	$\frac{18a^6b^3c^4}{6a^4b^5c}=$	**ו.**	$\frac{5x^4y}{15xy^3}=$

חזקה של חזקה – עמודים 68 – 69

גם במקרה זה תחילה נציג את החוק במספרים ואחר כך במשתנים.

תרגילים 1 – 2 עוסקים ישירות בחוק.

בתרגיל 3 חזקה של מכפלה של שתי חזקות או מנה של שתי חזקות.

בעמוד 69 הכללה של החוקים ותרגיל 4 בו בסיסי החזקות הם משתנים.

עמוד 69: חזקה שהבסיס שלה הוא 0.

חזקה שבסיסה 0 והמעריך חיובי שווה 0.

לחזקה שבסיסה 0 והמעריך שלילי או 0 אין משמעות.

חזקה של חזקה $(a^n)^k$

נלמד חוק חזקות נוסף.

נתונה החזקה: $(2^3)^4$ נכתוב את החזקה עם מעריך אחד בלבד.

מהו בסיס החזקה? 2^3

מהו המעריך? 4

נכפול את הבסיס בעצמו 4 פעמים: $(2^3)^4 = 2^3 \cdot 2^3 \cdot 2^3 \cdot 2^3 = 2^{3+3+3+3} = 2^{4 \cdot 3} = 2^{12}$

דוגמאות נוספות

$(5^2)^3 = 5^{2 \cdot 3} = 5^6$

$((-4)^5)^2 = (-4)^{5 \cdot 2} = (-4)^{10}$

$\left(\left(\frac{1}{3}\right)^4\right)^2 = \left(\frac{1}{3}\right)^{4 \cdot 2} = \left(\frac{1}{3}\right)^8$

חזקה שבסיסה שווה 0

חזקה שבסיסה 0 והמעריך שלה הוא מספר חיובי שווה ל- 0. $0^5 = 0$ וגם $0^2 = 0$	לחזקה שבסיסה 0 והמעריך שלה הוא 0 או מספר שלילי אין משמעות 0^0 וגם $0^{-3} = \frac{1}{0^3} = \frac{1}{0}$ הם חסרי משמעות

לסיכום: "מה למדנו" הכולל את כל הכללים שנלמדו.

סיכום מרוכז של כל חוקי החזקה שנלמדו. מומלץ לסכם במליאה, לבקש מהתלמידים לתת דוגמה לכל אחד מהחוקים.

(הרחבת הגדרת החזקה למעריך רציונלי לא בתוכנית הלימודים של כיתה ז').

תרגילים 5 – 9 הם תרגילים נוספים לסיכום הנושא, לתרגול אינטגרטיבי של סדר פעולות החשבון וחוקי החזקה.

כתיב מדעי של מספרים עמודים 71 – 75

הפרק מתחיל בשאלה: מהו המספר הגדול ביותר שיש לו שם? זאת כדי להראות את הצורך בשיטה בה ניתן יהיה לכתוב כל מספר כולל מספרים גדולים מאד או קטנים מאד. כמו למשל: 55,500,500,500,500 או 0.999987105.

נוהגים להשתמש בכתיבה מקוצרת הנקראת כתיבה מדעית של מספרים לשם נוחות הכתיבה, חסכון במקום וכו'.

בהקנייה מוצגת כתיבה של מספרים שהם כפולות של 10 באמצעות כתיב חזקות,

נתבונן בסדרות המספרים הבאות:

10	;	10·10	;	10·10·10	;	10·10·10·10	;	10·10·10·10·10	;	10·10·10·10·10·10	; ....
10	;	10^2	;	10^3	;	10^4	;	10^5	;	10^6	;......
10	;	100	;	1,000	;	10,000	;	100,000	;	1,000,000	מספר האפסים שווה למעריך של החזקה שבסיסה 10.

מה הקשר בין איברים הנמצאים באותו מקום בסדרות השונות?

מספרים בכתיב מדעי נכתבים באמצעות מכפלה של מספר בחזקה שבסיסה 10.

- המספר הוא בין 1 ל- 10 (לא כולל 10).
- המעריך של החזקה שבסיסה 10 קובע את גודל המספר.

ולאחר מכן השימוש בחזקות של 10 לכתיבת מספרים.

הצגה של דוגמאות מספריות המביאות להכללה כי בכתיב מדעי מעריך החזקה קטן ב- 1 ממספר הספרות שמשמאל

	המספר בכתיב "רגיל"		המספר בכתיב מדעי	
א.	200	$2 \cdot 10 \cdot 10$	$2 \cdot 10^2$	המספר 200 הוא מספר שלם בן 3 ספרות. בכתיב מדעי: המעריך הוא 2
ב.	240	$2.4 \cdot 10 \cdot 10$	$2.4 \cdot 10^2$	המספר 240 הוא מספר שלם בן 3 ספרות. בכתיב מדעי: המעריך הוא 2
ג.	5,000	$5 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$	$5 \cdot 10^3$	המספר 5,000 הוא מספר שלם בן 4 ספרות. בכתיב מדעי: המעריך הוא 3
ד.	5,230	$5.23 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$	$5.23 \cdot 10^3$	המספר 5,230 הוא מספר שלם בן 4 ספרות. בכתיב מדעי: המעריך הוא 3.

לנקודה העשרונית (החלק השלם של
המספר).

באופן דומה, במספרים בין 0 ל- 1 מעריך החזקה הוא שלילי.

ערכו המוחלט של המעריך שווה למספר האפסים "משמאל" (משמאל לספרה הראשונה השונה מאפס).

תרגילים 1 – 5 יישום ישיר של כתיבה בכתיב מדעי בשני הכיוונים מכתיב רגיל לכתיב מדעי וההיפך.

תרגילים 6 – 10, 12 – 13: דוגמאות מעשיות בהן נהוג להשתמש בכתיב מדעי.

בתרגילים 6 – 8 שאלות העוסקות ביחידות אורך. מומלץ בתרגיל 7 לדון במעבר מיחידת אורך אחת לאחרת: מק"מ למטר, ממטר לס"מ, ומק"מ לס"מ.

בתרגיל 9 נתונה מהירות ביחידות של מטר לשנייה. התלמידים מתבקשים לכתוב זאת בכתיב מדעי (ואינם מתבקשים לשנות את היחידות ולכתוב את המהירות ביחידות אחרות כמו מטר לדקה או ק"מ לשעה).

בתרגיל 12 יחידת שטח. גם כאן לא מתבקשים התלמידים לשנות את יחידת המידה.

בתרגיל 11: תרגילי כפל שתוצאתם מספר גדול. החישוב באמצעות מחשבון והתלמידים מתבקשים לכתוב את התשובה גם בכתיב רגיל וגם בכתיב מדעי.