משוואות ושאלות מילוליות (עמודים 163 – 183)

תיקון טעויות: בעמוד 164 בשורה מעל דוגמאות 3 ו- 4 ובסיכום על רקע צהוב בעמוד 165 כתוב "מכנים שווים" וצריך להיות "מכנים זרים".

בפרק זה עוסקים בפתרון משוואות בנעלם אחד ממעלה ראשונה עם מכנים מספריים ובפתרון שאלות מילוליות באמצעות משוואה בנעלם אחד.

בסבב הראשון (עמודים 47 – 55) התלמידים פתרו משוואות חשבוניות עם מכנה מספרי, מהסוג: $\frac{ax}{b} = c$.

משוואות כאלו פתרו התלמידים באמצעות ביצוע הפעולה ההפוכה: כפל ב- b.

בסבב הנוכחי פתרון משוואות עם יותר ממכנה מספרי אחד.

לתלמידים יש קושי להבחין בין "במה שונה? במה דומה?". פעילויות מסוג זה מופיעות בספר בפרקים שונים, למשל, בעמודים 46-48 בהם עסקנו בנושא המקדם היה טפטוף ראשוני של כתיבה שונה של מקדמים שהם שברים כמו $\frac{1}{5}x$ ו- $\frac{x}{5}$.

גם כאן נתחיל במטלה בה התלמידים יבדקו מה אנחנו יודעים לפתור (כבר למדנו) ומה החידוש כאן.

<u>תרגיל 1</u> מטלת זיהוי של "מה הוא פתרון של משוואה".

את המשוואות במטלה זאת נמיין לכאלו שיש בהן מכנה מספרי אחד: משוואות אותן התלמידים למדו לפתור ומשוואות אחרות בהן יותר ממכנה מספרי אחד.

המשוואות בהן יותר ממכנה אחד מוצגות בסדר הבא:

- משוואות בהן כל המכנים שווים
- משוואות עם מכנים זרים
- משוואות עם מכנים שאינם זרים

תרגיל 1

לפניכם שש משוואות. מתחת לכל משוואה רשומים שני מספרים.

אילו מבין המספרים הרשומים הם פתרון של המשוואה?

א. $\frac{x+7}{3} = 4$ 12 , 5

ב. $\frac{x}{2} + 1 = 10$ 9 , 18

ג. $\frac{x}{5} + \frac{2x}{5} = \frac{12}{5}$ 4 , 5

ד. $\frac{3x-2}{5} = 5$ -1 , 9

ה. $\frac{2x}{7} = 10$ 35 , 5

ו. $\frac{2x-1}{3} + \frac{x}{2} = 9$ 5 , 8

בארבע מהמשוואות יש רק איבר אחד עם מכנה.

בשתיים האחרות יש יותר מאיבר אחד עם מכנה.

את הסוג הראשון אנחנו יודעים לפתור.

נלמד לפתור משוואות בהן יש יותר מאיבר אחד עם מכנה.

בספרי קפ"ל, בפתרון משוואות עם יותר ממכנה מספרי אחד, בחרנו בדרך של הרחבת השברים שבמשוואה לשברים בעלי מכנים שווים.

השיקולים: שומרים על המבנה של המשוואה הנתונה, ורק כאשר מגיעים לשוויון בין שני שברים אלגבריים בעלי מכנים שווים ניתן לוותר על המכנים השווים ולהשוות את המונים. דרך זאת תמנע בעתיד טעויות בהן בביטויים אלגבריים בהם יש מכנה התלמידים נוטים ל"היפטר" ממנו על-ידי כפל במכנה.

בהקנייה מומלץ להציג משוואה מהסוג $\frac{3}{5} = \frac{x}{5}$ ולשאול מה הוא x?

במשוואות עם מכנים שווים מבחינים בשני סוגים:

- משוואות בהן נתון שוויון בין שני שברים (דוגמה 1)

  במשוואות מסוג זה **המכנים שווים ולכן משווים מונים: כותבים את משוואת המונים.**

דוגמה 1

נתונה המשוואה:

$$\frac{7x-5x}{9}=\frac{8}{9}$$

המכנים שווים, נשווה מונים:

$$7x-5x=8$$

$$2x=8 \quad /:2$$

$$x=4$$

- משוואות בהן יש יותר משני שברים (דוגמה 2).

  במשוואות בהן יש לבצע קודם חיבור בין שברים בעלי מכנים שווים נזכיר כי במקרה זה כותבים שבר בו המכנה שווה למכנה הזהה ובמונה סכום המחוברים.

  מקבלים משוואה בה יש השוואה של שני שברים בעלי מכנים שווים.

  המכנים שווים, נשווה מונים ונכתוב את משוואת המונים.

דוגמה 2

$$\frac{x}{5}+\frac{2x}{5}=\frac{x+2x}{5}$$

נתונה המשוואה:

$$\frac{x}{5}+\frac{2x}{5}=\frac{18}{5}$$

המכנים שווים, נשווה מונים:

$$x+2x=18$$

$$3x=18 \quad /:3$$

$$x=6$$

משוואות עם מכנים זרים:

הרחבה של כל אחד מהשברים לשברים בעלי מכנים שווים.

המכנה המשותף הוא מכפלה של המכנים הזרים.

במשוואות עם שברים מומלצת כתיבה אחידה לכל המחוברים. כל אחד מהמחוברים ייכתב כשבר.

שלם ייכתב כשבר שמכנהו 1.

$$8=\frac{8}{1} \qquad\qquad x=\frac{x}{1}$$

דוגמה 4

$$8=\frac{8}{1}$$

נתונה המשוואה:

$$\frac{3x}{5}-\frac{x}{3}=8$$

נרשום כל מחובר כשבר. מספר שלם נרשום כשבר שהמכנה שלו הוא 1.

$$\frac{3x}{5}-\frac{x}{3}=\frac{8}{1}$$

$$15=5\cdot 3$$

המכנה המשותף הוא 15. נרחיב את כל המחוברים לשברים בעלי מכנה 15.

$$\frac{9x}{15}-\frac{5x}{15}=\frac{120}{15}$$

נשווה מונים:

$$9x-5x=120$$

$$4x=120$$

פתרון המשוואה:

$$x=30$$

סיכום התהליך על רקע צהוב.

במשוואות עם **מכנים זרים**

א. כל אחד מהמחוברים במשוואה יוצג כשבר. מחובר שהוא מספר שלם נרשום כשבר שהמכנה שלו הוא 1.

ב. נרחיב את כל השברים כך שלכולם יהיו מכנים שווים.

ג. נשווה את המונים.

ד. נפתור את המשוואה המתקבלת מהשוואת המונים.

תרגול.

<u>תרגילים 6-8</u>: שילוב של שאלות מילוליות בפתרון באמצעות משוואות עם מכנים מהסוגים שנלמדו.

משוואות עם מכנים שאינם זרים:

המכנה המשותף.

לקבל מהתלמידים הצעות למכנה משותף.

בפתרון משוואות אין צורך לחייב את התלמידים להגיע למכנה המשותף הקטן ביותר, אבל מומלץ לשאול "האם יש מכנה משותף קטן יותר?"

בספר לא רשום גורם ההרחבה של כל אחד מהשברים (המחוברים) במשוואה. המורה יחליט אם להוסיפו.

דוגמה 1

נתונה המשוואה: $\frac{x}{2}+\frac{x}{4}=\frac{9}{2}$

מה המכנה המשותף?
מכנה משותף הוא מספר המתחלק בכל אחד מהמכנים הנתונים. המכנים במשוואה זו הם 2 ו- 4.
המכנה המשותף הקטן ביותר הוא 4.

נרחיב את כל המחוברים לשברים בעלי מכנה 4: $\frac{2x}{4}+\frac{x}{4}=\frac{18}{4}$

$2x + x = 18$

$3x = 18$

פתרון המשוואה: $x = 6$

דוגמה 2

נתונה המשוואה: $\frac{3x}{8}-\frac{x}{6}=10$

נרשום כל מחובר כשבר: $\frac{3x}{8}-\frac{x}{6}=\frac{10}{1}$

המכנה המשותף הקטן ביותר הוא 24. $\frac{9x}{24}-\frac{4x}{24}=\frac{240}{24}$

נשווה מונים: $9x – 4x = 240$

$5x = 240$

פתרון המשוואה: $x = 48$

בסבב נוסף של משוואות בנעלם אחד עם מכנים (קפ"ל לכיתה ח' חלק ב') הקנייה מפורשת של כתיבת גורם ההרחבה:

$$\overset{\cdot 5/}{\frac{2x}{3}}+\overset{/\cdot 3}{\frac{1+x}{5}}=\overset{/15/}{\frac{x}{1}}-\overset{\cdot 15}{\frac{1}{1}}$$

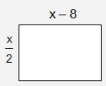
<u>תרגילים 8-3 עמודים 168-167</u>: שילוב של שאלות העוסקות בהיקף ובשטח של מצולעים. פתרון השאלות באמצעות משוואות עם שברים. השאלות מלוות בסרטוט מתאים.

המרובע בסרטוט הוא מלבן. מידות המלבן הן בס"מ.

היקף המלבן הוא 38 ס"מ.

א. חשבו את x?

ב. מה אורך צלעות המלבן?



היקף מלבן הוא סכום אורכי הצלעות.

לחישוב x נרשום משוואה: $\overbrace{x-8}^{\text{צלע}}+\overbrace{x-8}^{\text{צלע}}+\frac{x}{2}+\frac{x}{2}=38$

נכנס איברים דומים: $2x-16+\frac{x}{2}+\frac{x}{2}=38$

$\frac{2x}{1}-\frac{16}{1}+\frac{x}{2}+\frac{x}{2}=\frac{38}{1}$

המכנה המשותף הוא 2

פתרו את המשוואה.

פתרון המשוואה הוא: **$x = 18$**

תשובה:

צלע אחת של המלבן: 10 ס"מ $(x – 8)$

צלע שנייה: 9 ס"מ $(\frac{x}{2})$

שאלות תנועה עמודים 181-169

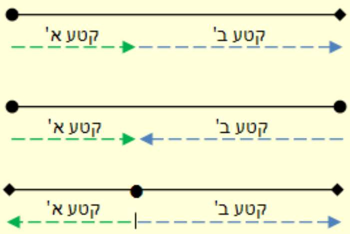
מפגש ראשון של התלמידים עם שאלות תנועה.

סוגי השאלות:

יציאה מאותה נקודה ונסיעה באותו כיוון.

יציאה משתי נקודות שונות ונסיעה זה לקראת זה.

יציאה מאותה נקודה ונסיעה בכיוונים מנוגדים.



עמוד 179

גם בנושא זה התייחסות ל- "במה דומה ובמה שונה"

בכל השאלות משתתפים שלושה גדלים: זמן, מהירות ודרך.

בכל השאלות הדרך כולה מורכבת משני קטעים.

לגבי השונה: התייחסות בכל אחד מהסוגים בנפרד.

<u>עמודים 169-171:</u>

הקשרים מוכרים לתלמיד.

מה הם הגדלים המשתתפים, זיהוי הגדלים, הנוסחה המקשרת ביניהם, הצבה בנוסחה, וחישוב.

<u>תרגילים 8-12</u>: שאלות המפתחות תובנה של הקשרים בין הגדלים.

פעילות 1

א. דני נסע 3 שעות במהירות של 80 קמ"ש ועבר מרחק של 240 ק"מ.

ב. נעמה נסעה 5 שעות במהירות של 60 קמ"ש ועברה מרחק של 300 ק"מ.

ג. ענבל רכבה על אופניה במשך 4 שעות במהירות של 15 קמ"ש ועברה מרחק של 60 ק"מ.

בכל אחד מההיגדים יש שלושה גדלים:

משך זמן הנסיעה, מהירות הנסיעה, והמרחק.

מה הקשר בין שלושה גדלים אלו?

אצל דני: $3 \cdot 80 = 240$

אצל נעמה: $5 \cdot 60 = 300$

אצל ענבל: $4 \cdot 15 = 60$

זמן · מהירות = דרך

מקובל לסמן: זמן - t

מהירות - v

דרך - s

$s = v \cdot t$

בשאלות תנועה מהירות קבועה

<u>עמודים 171-179</u>

טיפול בסוגי השאלות שהוזכרו.

טיפול נפרד בכל אחד מהסוגים. כאשר עוברים לסוג אחר התייחסות לדומה ולשונה בין מה שנלמד ובין הסוג שנוסף. הבחנה זאת מסייעת לתלמידים להתמקד בהבדלים המהותיים בין סיטואציות הנראות דומות.

עמודים 171-173: נסיעה בשני קטעים של הדרך הבאים זה אחרי זה.

עמודים 173-177: נסיעה זה לקראת זה.

עמודים 178-179: נסיעה בכיוונים מנוגדים.

עמודים 179-181: שאלות מסוגים שונים.

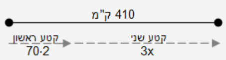
מומלץ להנחות את התלמידים להסביר במילים שלהם את השאלה, להיעזר בסרטוט מתאים, ובטבלה.

דוגמה 1

מכונית נסעה במשך 2 שעות במהירות קבועה של 70 קמ"ש. אחר כך המשיכה לנסוע 3 שעות נוספות במהירות של x קמ"ש. סך-הכל עברה דרך של 410 ק"מ.

מה הייתה מהירות המכונית בקטע השני של הדרך (מהו x)?

נציג את הנתונים בטבלה.



	מהירות (קמ"ש)	זמן (שעות)	דרך (ק"מ)
קטע ראשון	70	2	70·2
קטע שני	x	3	3x

מה מייצג הביטוי **70·2** בתרשים?

מה מייצג הביטוי **3x** בתרשים?

נכתוב משוואה: $70 \cdot 2 + 3x = 410$

$140 + 3x = 410 \quad /-140$

$3x = 270 \quad /:3$

$x = 90$

תשובה: המהירות בקטע השני של הדרך הייתה 90 קמ"ש.

בתרגילים שאלות מנחות המובילות את התלמיד לפתרון השאלה.

בדוגמה שאלות מנחות מהסוג:

"מה מייצג הביטוי 70·2?"

או " מה מייצג הביטוי 3x?"

בתרגילים האחרים:

"סמנו את מהירות הנסיעה בקטע השני ב- x ..."

או בדוגמה 2 עמוד 173:

"היכן בערך נפגשו דני ודרור?"

"סמנו בתרשים, בערך, את קטע הדרך שעבר דני"

"מה המרחק שעבר דני?"

<u>תרגילים 9-13 עמודים 174-175</u>: שאלות איכותניות המפתחות תובנה של הקשרים בין הגדלים השונים. אין צורך בחישוב.

ההקנייה כפי שכבר נאמר היא לפי סוגים.

<u>דוגמה 4 עמוד 177</u>: התייחסות את מי מהגדלים לבחור כ- x.

דוגמה 4

נדב ועומר יצאו בו זמנית משני מקומות שהמרחק ביניהם 84 ק"מ והלכו זה לקראת זה.

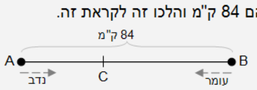
הם נפגשו כעבור 7 שעות.

חשבו את המהירויות של השניים אם ידוע שמהירותו של עומר גדולה ב- 2 קמ"ש ממהירותו של נדב.

לחישוב המהירויות נסמן את המהירות של נדב ב- **x**.

ונכתוב ביטוי אלגברי עם x למהירות של עומר.

כתבו משוואה מתאימה ופתרו.



	מהירות (קמ"ש)	זמן (שעות)	הדרך עד למפגש (בק"מ)
נדב	x	7	7x
עומר	x + 2	7	7(x+2)

אפשר לסמן
את מהירותו של עומר ב- **x** ואת
מהירותו של נדב ב- **(x–2)**

לסיכום תרגילים 31-22 עמודים 181-179: שאלות מסוגים שונים. על התלמיד לזהות את סוג השאלה ולפתור בהתאם. סרטוט יעזור לקבוע את סוג השאלה.

נחזור ונתרגל עמוד 181

אוסף נוסף של משוואות בנעלם אחד ממעלה ראשונה עם מכנים.

משוואות עם מכנים עמודים 183-182

פתרון משוואות עם שברים בהם במונה ביטוי שהוא סכום.

בתרגיל 1 תזכורת על תהליך הפתרון של משוואות עם מכנים. אוסף משוואות שלמדנו כבר לפתור והצהרה מה נלמד בפרק הנוכחי.

תרגיל 1

למדנו לפתור את המשוואות הבאות:

א. $\frac{x}{6}=6$　　ג. $\frac{x}{5}+\frac{x}{4}=18$　　ה. $\frac{1}{2}x=\frac{4x}{5}-9$

ב. $\frac{4x}{7}=12$　　ד. $\frac{2x}{3}-\frac{x}{5}=7$　　ו. $\frac{3x}{2}+7x=17$

לפתרון המשוואות בצענו את השלבים הבאים:

א. כל המחוברים במשוואה נרשמו כשברים. מספר שלם נרשם כשבר שמכנהו 1.

ב. הרחבנו את השברים לשברים בעלי מכנים שווים (על-ידי כפל המונה והמכנה באותו מספר).

ג. השוונו מונים.

ד. פתרנו את המשוואה שהתקבלה מהשוואת המונים.

פתרו את המשוואות בתרגיל 1.

בפרק זה נלמד לפתור משוואות עם שברים בהם במונה יש ביטוי שהוא סכום והמכנים לאו דווקא שווים.

בדוגמה 1 משוואה בה במונים ביטוי שהם סכום.

תהליך הפתרון זהה לתהליך שכבר נלמד בהבדל אחד: את הביטוי החיבורי יש לרשום בסוגריים (דין קו שבר כדין סוגריים).

במשוואות אלו גורם ההרחבה נרשם במפורש. הוא הגורם הכופל את הביטוי החיבורי שבסוגריים.

דוגמה 1

נפתור את המשוואה:

$$\frac{3x-1}{2}=\frac{x+4}{5}$$

נרחיב את השברים למכנה משותף 10:

המכנה המשותף הוא 10.
את הסכום במונה נכפול ב-2.

המכנה המשותף הוא 10.
את הסכום במונה נכפול ב-5.
את הסכום חייבים לכתוב בסוגריים.

$$\frac{5(3x-1)}{10}=\frac{2(x+4)}{10}$$

המכנים שווים. נשווה מונים:

$$5(3x-1)=2(x+4)$$

$$15x-5=2x+8 \quad /+5$$

$$15x=2x+13 \quad /-2x$$

$$13x=13$$

$$x=1$$

בדיקה:

נציב $x = 1$ במשוואה המקורית:

$$\frac{3\cdot1-1}{2}\overset{?}{=}\frac{1+4}{5}$$

$$\frac{2}{2}\overset{?}{=}\frac{5}{5}$$

$$1=1$$

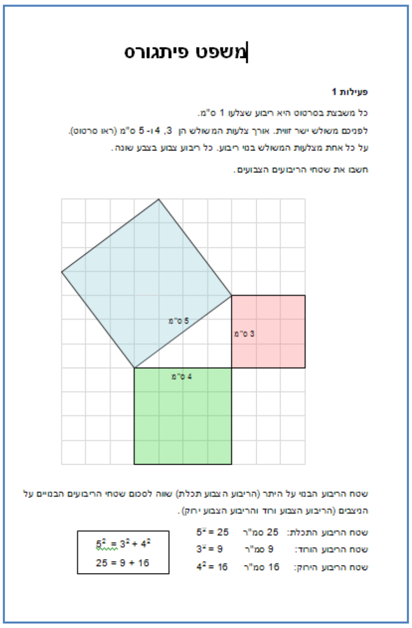
נחזור ונתרגל עמוד 184

שאלה 1: חישוב של שכיחות היחסית מנתונים המוצגים בטבלה. רמז לתלמידים שכדי לחשב את השכימות היחסית יש לדעת את המספר הכולל של נסיונות.

שאלה 2: נתונה רשימה של נתונים. התלמיד מתבקש להציגם בטבלת שכיחויות ולחש את מדדי המרכז.

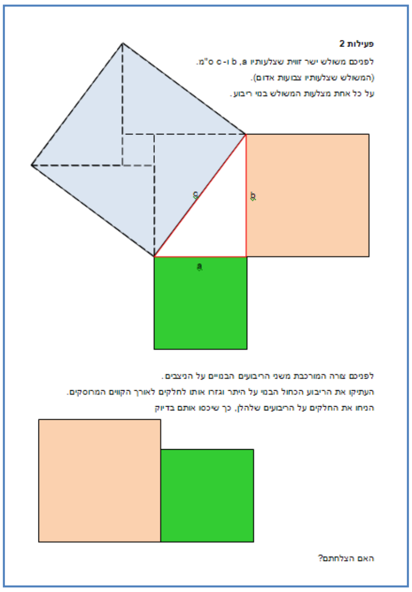
תשבץ משוואות: תרגיל נוסף בפתרון משוואות (כאן ללא מכנים) עם ביקורת עצמית: פתרון נכון מוביל לפתרון התשבץ. ברוב המשוואות סימן "–" לפני הסוגריים. מומלץ לפתור מספר משוואות כאלו לפני שניגשים לפתרון התשבץ.

משפט פיתגורס עמודים 185-196



פעילות 1: מקרה פרטי של משולש ישר זווית שניצביו 3 ס"מ ו- 4 ס"מ ואורך היתר 5 ס"מ. סרטוט המשולש על דף משובץ. בניית ריבועים על כל אחת מצלעות המשולש. חישוב שטחי הריבועים ובדיקה המראה שבמקרה פרטי זה

$3^2 + 4^2 = 5^2$



פעילות 2: פעילות הכוללת גזירה והרכבה.

חלוקה של הריבוע הבנוי על היתר לחמישה חלקים: ארבעה מהם הם משולשים ישרי זווית חופפים למשולש הנתון. החלק החמישי המתקבל הוא ריבוע שצלעו שווה להפרש ניצבי המשולש הנתון.

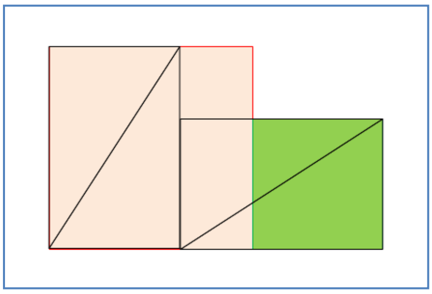
התלמידים 1. יגזרו את הריבוע הבנוי על היתר לחמישה חלקים אלו.

2. יצמידו את שני הריבועים הבנויים על הניצבים כמתואר בסרטוט

3. יכסו באמצעות חמישה החלקים שגזרו בשלב "1" את המצולע המתקבל מהצמדת שני הריבועים. (כמו בתצרף – פאזל).

פעילות זאת ממחישה לתלמידים כי אותם חמישה חלקים שסכום שטחיהם מכסה בדיוק את הריבוע הבנוי על היתר מכסים גם את שטח שני הריבועים הבנויים על ניצבי המשולש ישר הזווית.

פתרון.



<u>תרגילים 1-2</u>: חישובי שטחים. אין צורך לחשב אורך צלע.

<u>תרגיל 1</u>: במשולשים ישרי זווית נתונים שטחי הריבועים הבנויים על היתר. יש לחשב את שטח הריבוע הבנוי על היתר.

<u>תרגיל 2</u>: במשולשים ישרי זווית נתונים אורכי הניצבים. יש לחשב את שטח הריבוע הבנוי על היתר.

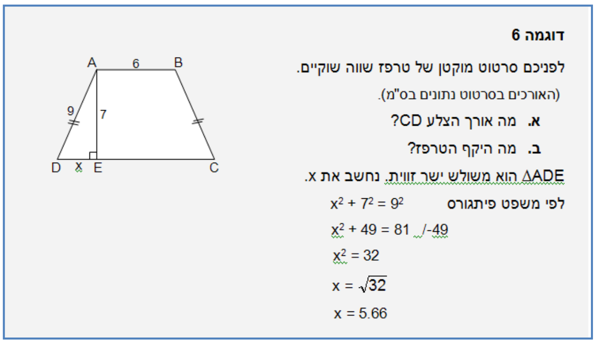
בתרגילים הבאים נתונים שתיים מצלעות המשולש ישר הזווית ועל התלמיד לחשב את אורך הצלע השלישית.

בהקנייה מבחינים בין שני סוגי תרגילים:

1. נתונים אורכי הניצבים. יש לחשב את אורך היתר. שימוש ישיר במשפט פיתגורס: הצבה וחישוב.
2. נתון אורך היתר ואורך אחד מהניצבים. יש לחשב את אורך הניצב השני: הצבה במשפט פיתגורס. לחישוב x פותרים משוואה בה מחשבים את x^2. לחישוב x הוצאת שורש. שימוש במחשבון.

<u>תרגילים 7, 9</u>: שימושים במשפט פיתגורס בהקשרים מציאותיים. סולם נשען על קיר. מגלשה.

<u>דוגמה 6</u>: שימושים במשפט פיתגורס לחישובים בצורות כמו טרפז, משולש שווה שוקיים, מלבן, מקבילית משולש ישר זווית בו ניתן ליישם את משפט פיתגורס.



דוגמה 6

לפניכם סרטוט מוקטן של טרפז שווה שוקיים.

(האורכים בסרטוט נתונים בס"מ).

א. מה אורך הצלע CD?

ב. מה היקף הטרפז?

ΔADE הוא משולש ישר זווית. נחשב את x.

לפי משפט פיתגורס $x^2 + 7^2 = 9^2$

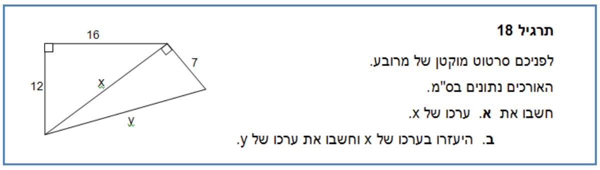
$x^2 + 49 = 81$ /-49

$x^2 = 32$

$x = \sqrt{32}$

$x = 5.66$

<u>תרגיל 18</u>: לצלע שאורכה x יש כפל תפקידים. במשולש ישר הזווית האחד הצלע x היא היתר ובמשולש ישר הזווית השני הצלע x היא ניצב. החישוב בשלבים: חישוב של x במשולש בו הוא היתר. חישוב y.



תרגיל 18

לפניכם סרטוט מוקטן של מרובע.

האורכים נתונים בס"מ.

חשבו את **א.** ערכו של x.

ב. היעזרו בערכו של x וחשבו את ערכו של y.

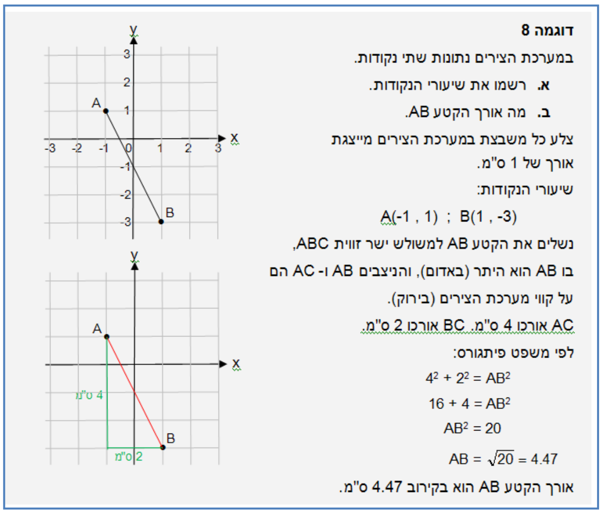
<u>עמודים 194-195</u> שאלות על מידות של טלוויזיות. גודל מכשיר טלוויזיה נקבע על פי אורך אלכסון המסך, כאשר יחידת האורך היא אינץ'. בעמוד 194 מידע לגבי יחידת מידה זאת. בשאלות אלו שילוב של שאלות ביחס.

<u>עמוד 196</u>: חישוב מרחק בין שתי נקודות נתונות במערכת צירים.

נתונות שתי נקודות במערכת צירים.

בדוגמה הנחיות כיצד למצוא נקודה שלישית כך שיתקבל משולש ישר זווית.

אורך היתר במשולש זה הוא המרחק בין שתי הנקודות הנתונות. לחישוב אורך היתר נשתמש במשפט פיתגורס.



דוגמה 8

במערכת הצירים נתונות שתי נקודות.

א. רשמו את שיעורי הנקודות.

ב. מה אורך הקטע AB.

צלע כל משבצת במערכת הצירים מייצגת אורך של 1 ס"מ.

שיעורי הנקודות:

A(-1 , 1) ; B(1 , -3)

נשלים את הקטע AB למשולש ישר זווית ABC, בו AB הוא היתר (באדום), והניצבים AB ו- AC הם על קווי מערכת הצירים (בירוק).

AC אורכו 4 ס"מ. BC אורכו 2 ס"מ.

לפי משפט פיתגורס:

$4^2 + 2^2 = AB^2$

$16 + 4 = AB^2$

$AB^2 = 20$

$AB = \sqrt{20} = 4.47$

אורך הקטע AB הוא בקירוב 4.47 ס"מ.